

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 febbraio 1922.

V. VOLTERRA, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI

Matematica. — *Riducibilità delle quadriche differenziali e ds^2 della Statica einsteiniana.* Nota del Socio G. RICCI.

Dirò una quadrica differenziale ad n variabili *algebricamente riducibile* se mediante un cambiamento di variabili essa può ridursi a contenere i differenziali di $n - 1$ variabili soltanto; *assolutamente riducibile* se ciò può farsi in modo che i coefficienti della forma ridotta si esprimano esclusivamente per le stesse $n - 1$ variabili.

Si vedrà che, come per la riducibilità di una quadrica algebrica, così per la riducibilità algebrica di una quadrica differenziale è condizione necessaria e sufficiente l'annullarsi del suo discriminante; mentre per la riducibilità assoluta è da aggiungere un'altra condizione la quale consiste in ciò che un certo sistema di equazioni algebriche lineari ed omogenee ammetta soluzioni proprie.

Si dica una quadrica differenziale ad n variabili p volte *riducibile* algebricamente (o dotata di riducibilità algebrica di ordine p) se con una opportuna scelta delle variabili indipendenti essa può ridursi a contenere soltanto i differenziali di $n - p$ variabili indipendenti.

Come è stato detto, per $p = 1$ (riducibilità algebrica semplice o di 1° ordine) le cose vanno come per la riducibilità semplice delle quadriche algebriche. Per $p > 1$ il fatto che la caratteristica del discriminante di una quadrica differenziale ad n variabili sia minore di $n - p$, importa soltanto che

si possa addivenire alla sua riduzione algebrica semplice in più modi essenzialmente distinti; mentre per una riducibilità algebrica di ordine superiore si esigono di più altre condizioni espresse da relazioni differenziali tra i coefficienti della quadrica data.

Una interessante applicazione di questi risultati consiste nel determinare le condizioni necessarie e sufficienti perchè una quadrica differenziale positiva φ ad n variabili sia equivalente alla somma di una quadrica, nella quale appaiono soltanto i differenziali di $n-1$ variabili e di un termine quadratico nel differenziale di una n^{ma} variabile y . Si riconosce che, come fu dimostrato da Hadamard ⁽¹⁾ per le V_3 , esse coincidono con quelle, che io dimostrai essere necessarie e sufficienti perchè la varietà V_n definita metricamente da φ contenga una semplice infinità (di equazione $y = \text{costante}$) di varietà V_{n-1} totalmente geodetiche.

E poichè altrove ⁽²⁾ ho dimostrato che, verificandosi questo caso, le traiettorie ortogonali delle V_{n-1} costituiscono una congruenza principale per la V_n , se la ennupla principale di questa è unica e determinata, si può immediatamente riconoscere se il suo ds^2 sia riducibile alla espressione canonica voluta ed in che modo.

Si vedrà ancora che l'essere nullo il rotore della curvatura geodetica delle traiettorie ortogonali delle V_{n-1} è condizione necessaria e sufficiente perchè il parametro y delle stesse V_{n-1} possa scegliersi in modo che il coefficiente di dy^2 nella espressione canonica suddetta sia indipendente da y . Salvo gli adattamenti resi necessari dalla natura non definita delle quadriche, che rappresentano il ds^2 delle varietà quadrimensionali (spazio-tempo) di Einstein, nel senso statico, tali varietà risultano così intrinsecamente caratterizzate.

1. Perchè una quadrica differenziale

$$\varphi = \sum_{r,s}^n a_{rs} dx_r dx_s.$$

sia algebricamente riducibile p volte, si richiede e basta che, posto $m = n - p$, le variabili x_1, x_2, \dots, x_n si possano esprimere per n variabili indipendenti $y_1, y_2, \dots, y_m; y_{m+1} \dots y_n$ in modo che, posto

$$b_{pq} = \sum_{r,s}^n a_{rs} \frac{\partial x_r}{\partial y_p} \frac{\partial x_s}{\partial y_q},$$

risulti

$$(1) \quad b_{pq} = 0 \quad (p=1, 2, \dots, m; q=m+1 \dots n).$$

⁽¹⁾ *Sur les éléments linéaires à plusieurs dimensions*. Tome XXV de la 2.^e série du Bulletin des Sciences mathématiques.

⁽²⁾ Cfr. Ricci, *Direzioni e invarianti principali in una varietà qualunque*. Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze Lettere ed Arti, Tomo LXIII, Parte 2.^a (Anno 1903-1904), pag. 1233.

E ciò esige che

$$(2) \quad X_s = \frac{\partial x_s}{\partial y_q} \quad (q = m + 1, m + 2, \dots n)$$

siano soluzioni proprie indipendenti del sistema di equazioni algebriche

$$(3) \quad \sum_s^n a_{rs} X_s = 0 \quad (r = 1, 2, \dots n);$$

per il che si richiede poi anzitutto che, detta k la caratteristica del discriminante della forma φ , sia $k \leq m$.

In una Nota, che è in corso di pubblicazione negli Atti del R. Istituto Veneto, ho dimostrato che è inoltre per ciò necessario e sufficiente che il sistema (3) ammetta $n - m$ soluzioni indipendenti

$$X_s = A_{q/s}$$

tali che il sistema di equazioni lineari a derivate parziali di 1° ordine

$$\sum_s^n A_{q/s} \frac{\partial u}{\partial x_s} = 0 \quad (q = m + 1, m + 2, \dots n)$$

risulti completo: e che, soddisfatte tali condizioni, si soddisfa alle (1) assumendo come variabili y_1, y_2, \dots, y_m m integrali indipendenti di questo sistema.

In particolare la condizione $k < n$, oltre che necessaria, è anche sufficiente per la riducibilità semplice algebrica della forma φ ; e se

$$X_s = A_s$$

è una qualunque soluzione propria del sistema (3), per dare a φ una espressione della forma

$$\psi = \sum_{p,q}^{n-1} b_{pq} dy_p dy_q$$

basterà ad x_1, x_2, \dots, x_n sostituire n variabili indipendenti $y_1, y_2, \dots, y_{n-1}; y_n$ tali che le prime $n - 1$ di esse soddisfacciano alla equazione

$$\sum_s^n A_s \frac{\partial y}{\partial x_s} = 0.$$

Evidentemente se è $k < n - 1$, una tale riduzione di φ si può ottenere in più modi; possiamo dire in $n - k$ modi essenzialmente distinti; ed è possibile una ulteriore riduzione di ψ nel modo sopra indicato per φ . La nuova ridotta, che conterrà soltanto i differenziali di $n - 2$ variabili indipendenti, potrà però considerarsi come una ridotta di φ se i coefficienti di ψ saranno indipendenti da y_n ed in questo caso soltanto.

Concludiamo che perchè una quadrica differenziale sia riducibile algebricamente due volte, è necessario e basta che sia $k \leq n - 2$ e di più che essa sia riducibile assolutamente una volta sola.

2. Suppongasi ora la forma φ riducibile assolutamente una volta, e sia ψ la sua ridotta. Avremo per i coefficienti di ψ le espressioni

$$b_{pq} = \sum_{r,s}^n a_{rs} \frac{\partial x_r}{\partial y_p} \frac{\partial x_s}{\partial y_q}, \quad (p, q = 1, 2, \dots, n-1)$$

e la ipotesi che essi siano indipendenti da y_n sarà analiticamente espressa dalle relazioni

$$(4) \quad \sum_{rst}^n \frac{\partial a_{rs}}{\partial x_t} \frac{\partial x_r}{\partial y_p} \frac{\partial x_s}{\partial y_q} \frac{\partial x_t}{\partial y_n} + \sum_{rs}^n a_{rs} \left(\frac{\partial x_r}{\partial y_p} \frac{\partial^2 x_s}{\partial y_q \partial y_n} + \frac{\partial x_s}{\partial y_q} \frac{\partial^2 x_r}{\partial y_p \partial y_n} \right) = 0$$

dimostrate così per p e q minori di n .

Esse valgono però anche per p e q qualunque, poichè nei casi fino ad ora esclusi esse derivano dalle relazioni

$$\sum_{rs}^n a_{rs} \frac{\partial x_r}{\partial y_p} \frac{\partial x_s}{\partial y_n} = 0 \quad (p = 1, 2, \dots, n),$$

conseguenze queste, alla loro volta, delle

$$(5) \quad \sum_s^n a_{rs} \frac{\partial x_s}{\partial y_n} = 0.$$

E poichè da queste ultime scendono pure le

$$\sum_s^n a_{rs} \frac{\partial^2 x_s}{\partial y_q \partial y_n} = - \sum_{st}^n \frac{\partial a_{rs}}{\partial x_t} \frac{\partial x_t}{\partial y_q} \frac{\partial x_s}{\partial y_n},$$

dalle (4) possiamo sostituire le

$$\sum_{rst}^n a_{rs,t} \frac{\partial x_r}{\partial y_p} \frac{\partial x_s}{\partial y_q} \frac{\partial x_t}{\partial y_n} = 0,$$

alle quali equivalgono poi le

$$(6) \quad \sum_t^n a_{rs,t} \frac{\partial x_t}{\partial y_n} = 0 \quad (1).$$

Perchè la quadrica φ sia assolutamente riducibile, è dunque necessario che il sistema di equazioni algebriche costituito dalle (2) e dalle

$$(3') \quad \sum_t^n a_{rs,t} X_t = 0$$

ammetta soluzioni proprie. E questa condizione è poi anche sufficiente poichè, come risulta dalla Nota ricordata sopra, se

$$X_s = A_s$$

(1) Ricordo che con $a_{rs,t}$ designo simboli di Christoffel di 1^a specie relativi alla forma φ .

è una tale soluzione ed $y_1, y_2, \dots, y_{n-1}, y_n$ sono funzioni indipendenti di x_1, x_2, \dots, x_n soddisfacenti tutte, eccettuata l'ultima, alla equazione

$$\sum_{i=1}^n A_i \frac{\partial y}{\partial x_i} = 0,$$

sono insieme soddisfatte le (5) e le (6).

3. Data ora una quadrica differenziale positiva

$$\psi = \sum_{r,s} g_{rs} dx_r dx_s,$$

proponiamoci di riconoscere se e come essa sia esprimibile sotto la forma

$$\psi = \psi_0 + H^2 dy^2,$$

essendo ψ_0 una quadrica differenziale ad $n-1$ variabili.

Se si osserva che la quadrica $\psi - H^2 dy^2$ deve essere riducibile, è facile prima di tutto riconoscere che nella varietà definita metricamente da ψ deve esistere una congruenza di sistema coordinato covariante

$$(7) \quad \lambda_r = H \frac{\partial y}{\partial x_r}$$

e conseguentemente normale perchè costituita dalle traiettorie ortogonali alle sottovarietà di equazione $y = \text{costante}$.

Designeremo talora con $\lambda_{n/r}$ il sistema λ_r ed alla congruenza λ o λ_n associeremo altre $n-1$ congruenze λ_i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) costituenti con essa una ennupla ortogonale. Risulterà così

$$\psi_0 = \sum_{r,s} a_{rs} dx_r dx_s$$

valendo per i coefficienti di ψ_0 le espressioni

$$(8) \quad a_{rs} = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_{i/r} \lambda_{i/s};$$

dalle quali risulta che il suo discriminante a è eguale a 0, avendo precisamente $n-1$ come caratteristica, e di più che è

$$\sum_{i=1}^n \lambda^{(i)} a_{rs} = 0.$$

La ψ_0 è dunque semplicemente riducibile, e se y_1, y_2, \dots, y_{n-1} costituiscono un sistema fondamentale di integrali per la equazione

$$(9) \quad \sum_{r=1}^n \lambda^{(r)} \frac{\partial y}{\partial x_r} = 0,$$

essa si esprime pei differenziali di y_1, y_2, \dots, y_{n-1} soltanto.

In base alle (8), le condizioni di assoluta riducibilità dateci dal paragrafo precedente, che nel nostro caso assumono la forma

$$\sum_i^n \lambda^{(i)} a_{rs,t} = 0,$$

si traducono immediatamente nelle

$$\sum_r^{n-1} \lambda_{i/r} \sum_t^n \lambda^{(t)} \left(\frac{\partial \lambda_{i/t}}{\partial x_s} - \frac{\partial \lambda_{i/s}}{\partial x_t} \right) + \sum_i^{n-1} \lambda_{i/s} \sum_t^n \lambda^{(t)} \left(\frac{\partial \lambda_{i/t}}{\partial x_r} - \frac{\partial \lambda_{i/r}}{\partial x_t} \right) = 0$$

che equivalgono alle

$$\sum_i^n \lambda^{(i)} \sum_t^{n-1} \left\{ \lambda_{i/r} (\lambda_{i/ts} - \lambda_{t/st}) + \lambda_{i/s} (\lambda_{i/tr} - \lambda_{t/rt}) \right\}.$$

Sostituendo infine alle $\lambda_{i/st}$ le loro espressioni in funzione delle rotazioni γ_{ihk}

$$\lambda_{i/st} = \sum_{hk}^n \gamma_{ihk} \lambda_{h/s} \lambda_{k/t}.$$

queste assumono la forma

$$\sum_i^{n-1} \gamma_{nih} (\gamma_{nih} + \gamma_{nhi}) \lambda_{i/r} \lambda_{h/s} = 0$$

ed equivalgono alle

$$\gamma_{nih} + \gamma_{nhi} = 0 \quad (i, h = 1, 2, \dots, n-1).$$

E se si tien conto ⁽¹⁾ che, per la normalità della congruenza λ , valgono le relazioni

$$\gamma_{nih} - \gamma_{nhi} = 0,$$

si conclude che le relazioni cercate sono rappresentate dalle

$$(10) \quad \gamma_{nih} = 0 \quad (i, h = 1, 2, \dots, n-1)$$

le quali devono essere soddisfatte comunque si scelgano le $n-1$ congruenze λ_i , che associate alla λ nella varietà V_n metricamente definita dalla forma φ , devono costituire una ennupla ortogonale.

E poichè le (10) ⁽²⁾ rappresentano anche le condizioni necessarie e sufficienti perchè nella varietà V_n , la cui metrica è determinata dalla forma ψ , le sottovarietà di parametro y siano totalmente geodetiche, concludiamo che la detta forma ψ è suscettibile della espressione canonica sopra assegnata, soltanto se la V_n contiene una famiglia semplicemente infinita di V_{n-1} totalmente geodetiche.

4. Proponiamoci ancora di riconoscere sotto quali condizioni il coefficiente H^2 , che appare nella detta espressione di ψ , per una opportuna scelta del parametro y , possa riescire indipendente da y ; che è quanto dire sod-

⁽¹⁾ Cfr. Ricci, *Dei sistemi di congruenze ortogonali in una varietà qualunque*. R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di Scienze fisiche ecc., vol. II, § I, 9.

⁽²⁾ Cfr. Ricci, *Sulle superficie geodetiche in una varietà qualunque* ecc. Questi Rendiconti, vol. XII, pag. 409.

disfare alla equazione a derivate parziali (9). Perciò deriviamo covariantemente le (7), avendo presente che, come segue dalle (7) stesse, è

$$H^2 = 1 : (A_1 y)^2$$

e che per la integrabilità loro si richiede che il sistema derivato da quello di elementi $\frac{\partial y}{\partial x_r}$ sia simmetrico. Eliminando tra le equazioni così ottenute le derivate seconde di y si ottengono le equazioni

$$\lambda_{rs} - \frac{\partial y}{\partial x_r} \frac{\partial H}{\partial x_s} = \lambda_{sr} - \frac{\partial y}{\partial x_s} \frac{\partial H}{\partial x_r},$$

alle quali, dovendo H soddisfare alle equazioni (9), equivalgono le

$$\sum_1^n \lambda^{(s)} \lambda_{rs} = - \frac{\partial \log H}{\partial x_r};$$

ed anche, essendo

$$\lambda_{rs} = \sum_1^n \gamma_{nhk} \lambda_{h/r} \lambda_{h/s},$$

le

$$\sum_1^{n-1} \gamma_{nhn} \lambda_{h/r} = - \frac{\partial \log H}{\partial x_r}.$$

E poichè ⁽¹⁾ il sistema covariante semplice, che fornisce i primi membri di queste equazioni, definisce quel vettore normale alla congruenza λ , che chiamai curvatura geodetica della congruenza stessa, queste equazioni ci dicono che condizione necessaria e sufficiente perchè H sia indipendente da y , è che il rotore del vettore anzidetto sia nullo.

Astronomia. — Il Socio V. CERULLI parla della bella scoperta delle nubi cosmiche, fatta mediante il 16 pollici della specola Vaticana, dall'illustre P. Hagen, e ne segnala l'importanza, dimostrandola destinata a portar nuovi lumi in tutte quelle questioni che si riferiscono alla cosmogonia ed alla distribuzione stellare. Le nubi cosmiche coprono per $\frac{3}{4}$ il cielo, e non lasciano interamente scoperto altro che la Via lattea. Perciò il loro intreccio complicatissimo, appunto per l'analogia con la Via lattea, ha ricevuto da Hagen il nome di Via Nubila. Hagen ha pubblicato testè una carta che mostra il percorso della Via Nubila entro le costellazioni di *Pérseo* e dell'*Auriga*, segnandovi i numeri delle stelle per ogni grado quadrato. Appare evidente da detta carta che densità stellare e densità della Via Nubila variano in ragione inversa l'una dell'altra: segno non dubbio che la Via Nubila è quella che fornisce la materia onde si originano le stelle.

(¹) Cfr. Ricci, *Dei sistemi di congruenze ortogonali in una varietà qualunque*. R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche ecc., vol. II, § 1, 6.

Terminando la sua comunicazione il socio Cerulli aggiunge che la scoperta di Hagen è stata espressa in forma poetica da un valente latinista romano (l'ing. F. Alibrandi) mediante 4 esametri, intesi a formar seguito ai due di Ovidio (*METAMORFOSI* I, 168, 169) che trattano della Via lattea. Ovidio dice:

*Est via sublimis cælo manifesta sereno;
Lactea nomen habet, candore notabilis ipso.*

Il paralipómeno continua:

*At quoque sublimis, meliori in parte per aethram,
Circumfusa via est, deserta obscurior aura,
Nubila, sideribus cælique impervia monstris,
Ipsa quidem monstrum, stellarum semina condit.*

Zoologia. — Aggiunte alla Memoria: « La distribuzione geografica attuale delle Formiche »⁽¹⁾. Nota del Socio CARLO EMERY.

I. — COROLOGIA E FILOGENESI DEL GENERE *CAMPONOTUS*.

Nella mia Memoria, io rilevavo la deficienza delle nostre cognizioni, rispetto alla sistematica di questo genere immenso, ed, in una Nota aggiunta nel corso della stampa (pag. 32), accennavo a studi propri. Questi studi sono stati pubblicati⁽²⁾ ed anche criticati dai miei colleghi specialisti, in parte con Note⁽³⁾, in parte con lettere personali. Queste critiche mi parvero in parte giuste, di modo che fui condotto a riprendere lo studio dell'argomento; tanto più che mi avvio a preparare la trattazione della sottofamiglia dei *Formicinae* (in cui il genere *Camponotus* va compreso) nel *Genera Insectorum*.

Non intendo trattare in esteso in queste pagine la partizione sistematica del genere *Camponotus*, ma soltanto quei risultati delle mie indagini, che sono in relazione con la filogenesi del genere e che possano valere ad illustrarne la corologia.

Anzitutto mi è parso, a misura che mi addentravo di più nell'analisi di questo genere, che l'evoluzione dei gruppi di specie sia stata per lo più indipendente nel mondo olartico e paleotropico-australiano, e nel mondo neotropico: in modo che io fui condotto a distinguere un fascio più semplice

(1) La distribuzione geografica attuale delle formiche. Tentativo di spiegarne la genesi col soccorso di ipotesi filogenetiche e paleogeografiche. Memorie R. Accad. Lincei (5), vol. 13, fasc. 6° (1920).

(2) Emery C., *Le genre Camponotus Mayr; nouvel essai de sa subdivision en sous-genres*. Rev. Zool. Africaine, vol. 8°, pp. 229-260 (1920).

(3) Wheeler W. M., *Prof. Emery subgenera of the genus Camponotus Mayr*. Psyche, vol. 28, pp. 16-19 (1921); Santschi F., *Retouches aux sous-genres de Camponotus*. Ann. Soc. Entom. Belgique, vol. 61, pp. 310-312 (1921).

di gruppi neotropici, da un fascio molto più complicato di gruppi olartici, paleotropici ed australiani.

Il fascio neotropico comprende due gruppi principali numerosi: il gruppo dei sottogeneri affini a *Myrmobrachys* For. e quello che si raccoglie intorno al sottogenere *Myrmaphaenus* Emery (*Neomyrmamblys* Wheel., *Myrmamblys* Emery 1920 nec Wheeler 1913) ed altri piccoli gruppi, tra i quali voglio nominare il sottogenere *Myrmosphincta* Wheel. (nec Emery).

Questo piccolo gruppo (*C. sexguttatus* F. e affini), che avevo compreso, nel mio studio del 1920) nel mio sottogenere *Myrmotemnus* (*Myrmamblys* For. Wheel), offre una strana rassomiglianza con la specie Malese *C. (Myrmamblys) moeschi* For. Ultimamente il Santschi (l. cit.) lo classifica, con altre specie asiatiche, nel sottogenere *Myrmosphincta*. Se queste rassomiglianze siano dovute a convergenza casuale, o siano indice di parentela non so dire.

Il rinnovato studio che ho fatto, avvalendomi in parte delle Memorie del Mann sulle Formiche delle Isole Salomone e Fidgi⁽¹⁾, mi hanno dimostrato che le specie del sottogenere *Myrmamblys* (nel accezione del Wheeler) non s'inoltrano ad est al di là delle Isole di Santa Cruz (*C. reticulatus bedoti* Emery) e delle Marshall (*C. schneei* Mayr). Le specie delle Nuove Ebridi e della Polinesia, che il Forel ed io stesso⁽²⁾ avevamo attribuite a questo gruppo, appartengono tutte al sottogenere *Colobopsis* (in senso ristretto).

È dunque poco verosimile che il gruppo *Myrmamblys* sia passato per l'Oceania, dalla Malesia-Papuasiasia, per dare origine ai gruppi paralleli di specie neotropiche (*Myrmosphincta*, *Myrmaphaenus*, *Pseudocolobopsis*, ecc.). L'esistenza di una specie di *Myrmamblys* nel Giappone (*C. itoi* For.) deve considerarsi come un elemento malese di quella fauna (Memoria pag. 48). Per cui ritengo, fino a prova del contrario, che l'evoluzione dei gruppi neotropici del genere *Camponotus*, i quali offrono rassomiglianza col sottogenere paleotropico *Myrmamblys*, sia dovuto a convergenza.

Ben diverso è il caso del sottogenere *Colobopsis*, almeno del gruppo tipico di questo complesso (*C. truncatus* Spin. e specie affini), che è a mio parere un gruppo naturale, vale a dire monofiletico (Memoria pag. 33). Questo gruppo ha il suo centro nella Papuasiasia, si estende nella Malesia ed è rappresentato nell'Asia non malese da pochissime specie, di cui una è il *C. truncatus* mediterraneo. Oltrechè in Australia, ad est è diffuso con molte specie nell'Oceania (Nuove Ebridi, Nuova Caledonia, Isole Fidgi, Tonga, Samoa); però non è stato rinvenuto sinora nelle Isole Hawai. Infine ha cinque specie in Cuba, America centrale, Messico, Stati meridionali del-

(1) Mann W. M., *The ants of the British Solomon Islands*. Bull. Mus. Comp. Zool. Harvard, vol. 63, n. 7 (1919); lo stesso, *The Ants of the Fidji Islands*, ibid., vol. 64, n. 5 (1921).

(2) Nella tabella delle Formiche dell'Oceania (Memoria, pag. 75) le specie suddette sono segnate come *Myrmamblys*.

l'Unione Americana, Isole Bahama, località che possono essere considerate (almeno in parte) come residui dell'Antillea.

La distribuzione geografica zonale delle *Colobopsis* ricorda quella pure zonale delle *Leptogenys* del gruppo *falcigera* (Memoria pp. 72, 73) ⁽¹⁾.

I gruppi olartici sono due: *Camponotus* in senso ristretto (come sottogenere, comprendente in Eurasia il solo gruppo *herculeanus*), e *Myrmentoma* gruppi *caryae* = *fallax* e *lateralis*). Al gruppo *caryae* spetta l'unico *Camponotus* conosciuto dell'ambra (*C. mengei* Mayr).

Resta il complesso di specie più numeroso, proteiforme e cosmopolita, partito in due sottogeneri *Myrmoturba* e *Dinomyrmex* dal Forel; a mio parere gruppi artificiali al massimo grado, ma che non mi è riuscito a scomporre.

Questi gruppi, particolarmente il primo, presentano transizioni con altri gruppi più o meno naturali e localizzati in singole regioni del mondo, con i quali sono verosimilmente legati da vincoli filologici più o meno palesi.

Nel mondo neotropico, come già dissi sopra, le numerose specie del genere *Camponotus* si trovano a costituire poche serie naturali, e nella tribù dei *Camponotini*, all'infuori del genere principale, non si trova che un genere derivato da esso: *Dendromyrmex*.

Invece, nel vecchio continente, le serie di specie del genere *Camponotus* sono molte e svariate. Inoltre, parecchi generi sono derivati dal genere principale: di questi, il genere *Polyrhachis*, con numerose specie, è diffuso sopra una vasta estensione di terre, mentre altri sono localizzati come *Hemioptica*, *Overbeckia*, *Calomyrmex*, *Echinopla*, *Opisthopsis*. La tribù dei *Camponotini* conta ancora due generi che ritengo, non derivati dal genere *Camponotus*, ma collaterali ad esso, in ragione di importanti caratteri morfologici: *Phasmomyrmex* in Africa e *Notostigma* in Australia ⁽²⁾.

Queste cose mi fanno pensare che il genere *Camponotus* ha dovuto avere origine nelle zone equatoriali o australi dell'emisfero orientale, e più tardi migrare in America. Parla in favore di una genesi equatoriale o australe la quasi assoluta assenza del genere dell'ambra.

II. — FORMICHE DELL'OCEANIA.

Dacchè è stata stampata la mia Memoria, il Mann (loc. cit.) ha pubblicato i risultati delle sue investigazioni sulla fauna mirmecologica delle Isole Fidgi, che sono molto importanti; dimostrano che in quelle isole è stato conservato un focolaio faunistico autonomo, che, pure serbando caratteri a prevalenza papuani, ha, sopra un complesso di 93 forme (tra specie,

(1) Anche la distribuzione del genere *Epitritus* (Africa orientale, Mediterraneo, Papuaia, Hawai, Antille), è analoga a quella della *L. falcigera*.

(2) Nel genere *Notostigma* i maschi hanno le mandibole larghe e dentate, mentre nei *Camponotus* e nei generi che ritengo derivati da esso, le hanno strette e senza denti; in ciò *Notostigma* è più primitivo. Non si conoscono i maschi di *Phasmomyrmex*, ma la costituzione del torace nelle operaie è fatta su un altro piano di quello dei *Camponotus* (metanoto largamente scoperto).

sottospecie e varietà), 75 forme proprie, 8 che abitano anche la Papuasias e altre isole o l'Australia e 10 specie tropicopolite.

Le specie proprie delle Isole Fidgi sono in generale affini a quelle della Papuasias; ma vi sono due generi (*Poecilomyrmex* Mann e *Archeomyrmex* Mann) e due sottogeneri (*Arctomyrmex* Mann, sottog. di *Adelomyrmex* e *Myrmogonia* For. sottog. di *Camponotus*) che non sono stati rinvenuti altrove. Tre di questi piccoli gruppi contano soltanto ciascuno una specie. Il sottog. *Myrmogonia* invece ha 5 specie e 6 sottospecie e varietà. Il Forel aveva attribuito a questo gruppo parecchie specie dell'Australia, le cui operaie minori hanno alquanto rassomiglianza con le specie fidgiane. Ma il Mann ha scoperto che le operaie maggiori o soldati (che finora non erano conosciuti) hanno il capo conformato come nel sottog. *Colobopsis*. A mio parere, le *Myrmogonia* sono un differenziamento fidgiano derivato dal gruppo *Colobopsis*, e non hanno con le specie australiane che rassomiglianze superficiali.

Allo stesso Mann ⁽¹⁾ dobbiamo importanti ragguagli sulle Formiche delle Isole Santa Cruz ad oriente delle Isole Salomone. Il Mann novera 25 specie in dette isole, delle quali 7 sono forme proprie, 3 specie tropicopolite ed il resto specie e forme che furono rinvenute altrove, particolarmente nella Papuasias e nelle Isole Salomone.

È notevole che, nelle Isole Santa Cruz, il Mann non ha trovato nè *Oecophylla*, nè alcuna specie di *Crematogaster*, di cui parecchie abitano le Salomone. Ciò che dovrebbe far ritenere che questi generi non fossero giunti nella Papuasias, quando le Isole Santa Cruz sono state separate da essa. Similmente non si trovano nella Nuova Caledonia.

Nel passare in rassegna, nella mia Memoria, le Formiche dell'Oceania, mi è sfuggito che, nel 1904, il dott. Schnee ⁽²⁾ ha pubblicato uno studio sulla fauna terrestre delle Isole Marshall, che appartengono alla classe degli atolli.

Nella Memoria dello Schnee, c'è un elenco di 8 specie di Formiche, determinate dal Mayr, delle quali 3 sono tropicopolite, 3 sono specie comuni nella Papuasias, 1 è Malese, 1 è descritta dal Mayr come specie nuova e propria (*Camponotus (Myrmamblys) schneei* Mayr), affine al multiforme *C. reticulatus* Rog. Malese e Papuano. La mia impressione è che tutte le Formiche delle Isole Marshall sono specie importate, anche il *C. schneei*, il quale sembra attualmente specie propria, forse soltanto perchè le Formiche della Papuasias e della Malesia sono ancora imperfettamente conosciute.

La fauna entomologica degli atolli, vere isole oceaniche, è dunque affatto diversa, per origine e composizione, da quella di alcune isole rocciose. Queste possono essere abitate da residui di faune continentali, se non sono state totalmente sommerse, nelle vicende della loro storia.

⁽¹⁾ *The Ants of the British Solomon Islands* (1919).

⁽²⁾ Schnee P., *Die Landfauna der Marshall-Inseln*. Zool. Jahrb. Syst., vol. 20, pp. 387-413 (1904).

Astronomia. — *Angoli di posizione di 50 stelle doppie osservate al R. Osservatorio del Campidoglio.* Nota del Corrispondente G. ARMELLINI.

1. Circa 30 anni fa, il prof. Giacomelli, primo astronomo del Campidoglio, fece tre serie di osservazioni di stelle doppie, tratte dal grande catalogo di Struve (Σ) e pubblicate poi in questi Rendiconti (¹). La bontà dello strumento adoperato — un equatoriale Merz di modeste dimensioni, ma dotato di un *potere di definizione* veramente eccellente — e l'abilità grandissima dell'osservatore, hanno dato a queste serie un'importanza scientifica veramente notevole. Tanto che il Burnham, nel suo grande *General Catalogue of Double Stars* (²), riporta quasi sempre per intero i risultati del Giacomelli, mentre si contenta di citare i soli nomi di altri astronomi che pure hanno osservato le stesse stelle con strumenti più potenti.

2. Come è noto, le osservazioni hanno lo scopo di determinare l'orbita apparente che la stella satellite descrive in molti anni intorno alla stella principale, ed a tal fine è necessario di rinnovarle ad epoche diverse. Ma, come avverte bene il Bigourdan (³), le stelle doppie sono così numerose mentre il personale degli Osservatori è purtroppo così ristretto, che ci troviamo ben lontani dal soddisfare convenientemente ad un tal compito. Molte speranze erano state riposte nell'aiuto della fotografia celeste, ma non sembra che esse debbano realizzarsi. L'astronomo americano H. Curtis scrive anzi (⁴) che in confronto dell'osservazione visuale la fotografia avrà in questo campo *" little chance for successful competition "*.

3. Per tali motivi ho creduto cosa assai utile di riesaminare le stelle già osservate trenta anni fa dal prof. Giacomelli, valendomi dello stesso strumento da lui adoperato. Le mie osservazioni durano ormai da più di un anno, ed io mi onoro nel presentare all'Accademia i primi risultati. Soltanto credo utile, prima di entrare in argomento, di premettere qualche cenno sul metodo che ho seguito, giacchè in tali lavori la bontà del risultato dipende soprattutto dal metodo adottato.

4. *Posizione della testa.* — Struve suggeriva di tenere il capo verticale durante le osservazioni, ed il suo consiglio fu generalmente seguito dal Giacomelli. Sussiste però un errore personale variabile in funzione dell'angolo formato dalla congiungente degli occhi con la congiungente delle due stelle. Io l'ho verificato accuratamente nelle prime osservazioni di prova, trovando

(¹) Questi Rendiconti, 1890, II, fasc. 5° e 9°; 1891, I, fasc. 2°.

(²) Washington, Carnegie Institution, 1906.

(³) Ann. du Bureau des longitudes, 1917.

(⁴) The Adolfo Stahl Lectures in Astronomy; S. Francisco, 1919.

che questo errore è sensibile benchè debolissimo. Per eliminarlo, molti astronomi osservano una stessa doppia in più posizioni del cielo; altri adoperano un prisma per raddrizzare l'immagine. Io ho osservato tenendo la congiungente degli occhi alternativamente parallela e normale alla congiungente delle stelle, ed usando ora l'occhio destro ed ora il sinistro.

5. *Allineamento*. — È questa la parte più difficile del lavoro. Struve chiama *fallace* il metodo della *bisezione* dei centri dei due astri col filo longitudinale del micrometro di posizione, e consiglia di osservare ponendo i due astri a brevissima distanza dal filo stesso, in modo che esso risulti parallelo alla linea dei centri stellari idealmente prolungata. Schiaparelli ha adoperato invece la bisezione sostenendo giustamente che un metodo fallace per un osservatore può essere ottimo per un altro, considerando le diverse condizioni fisiologiche dell'occhio. Giacomelli si è servito del metodo di Struve ed anche io l'ho seguito costantemente. Solo per le doppie di grandezze apparenti notevolmente diverse ho trovato preferibile il metodo del Secchi. Esso consiste nel racchiudere la doppia tra due fili paralleli posti a distanza di pochi secondi in modo che la congiungente dei centri stellari risulti parallela ai fili stessi.

6. *Ingrandimento*. — Secchi consigliava di adoperare il « massimo ingrandimento che l'atmosfera comportasse » e Giacomelli ha seguito costantemente questo metodo. Per me ho trovato più vantaggioso un ingrandimento minore onde aumentare ancora la nitidezza e precisione dell'immagine. Non dubito infatti che la causa più importante di errori risieda nelle immagini non ben definite o poco luminose.

7. Sarebbe stato mio desiderio di misurare anche le distanze tra i centri stellari. Ma disgraziatamente il meccanismo di orologeria dell'equatoriale del Campidoglio, dalla cui esattezza dipende essenzialmente l'attendibilità di queste ultime misure, è interamente fuori servizio. Ho dovuto quindi rinunciare con dolore a questa seconda parte del lavoro, almeno finchè il movimento dell'equatoriale non verrà riparato. È noto però che nelle doppie orbitali basta conoscere l'angolo di posizione, giacchè il raggio vettore può calcolarsi con la legge delle aree.

8. Ho osservato ogni doppia quattro o cinque sere, eseguendo ogni sera generalmente cinque e talora anche sei od otto puntate per ciascuna stella. Solo in condizioni favorevolissime le puntate sono state ridotte a tre o quattro.

Nelle seguenti tabelle la prima colonna indica la data (anno e parti centesimali), la seconda gli angoli di posizione ottenuti, la terza il numero delle puntate eseguite in ogni misura. Di regola osservavo con *campo illuminato* e *fili oscuri*. Solo per stelle debolmente visibili ho adoperato il campo oscuro ed i fili lucidi, indicati dalle lettere *fl* in aggiunta alla terza colonna.

Mi è grato intanto di ringraziare caldamente il prof. A. Di Legge, Direttore dell'Osservatorio, per aver posto a mia disposizione gli strumenti necessari all'esecuzione del presente lavoro.

$\Sigma 12 = 35$ *Piscium.*

1921 ott. 12	147,9	4
" 16	149,7	3
" 20	148,0	5
" 21	147,9	4
" 22	149,5	5

1921,80,	148,6	Armell.
----------	-------	---------

Demb. (1865,07) trovò 149,3

Giac. (1889,28) " 148,5

Glas. (1889,44) " 149,0

$\Sigma 43$ App I (*Albireo*)

1921 mag. 7	54,1	4
" 8	54,8	6
" 21	54,4	8

1921,36	54,4	Armell.
---------	------	---------

Dembowski (69,98) trovò 55,7

Asoph Hall (84,94) " 55,1

È una delle più belle del cielo!

$\Sigma 79 =$ *Andromadae* 164

1921 ott. 22	192,7	4
" 29	193,6	7
" 30	192,6	5
dic. 21	191,9	4

1921,86	192,8	Armell.
---------	-------	---------

Dembowski (69,66) trovò 192,00

Giacomelli (88,89) " 192,25

$\Sigma 80$

1921 ott. 22	325,0	5 fl
" 30	325,2	4 fl
" 31	325,3	3 fl
nov. 6	324,8	5 fl

1921,83	325,0	Armell.
---------	-------	---------

Dembowski (63,83) trovò 309,2

Giacomelli (89,77) " 316,3

$\Sigma 100 = \zeta$ *Piscium*

1921 ott. 12	63,3	4
" 13	62,5	4
" 19	62,7	5
" 21	62,6	4
" 22	62,5	5

1921,80	62,7	Armell.
---------	------	---------

Dembowski (66,04) trovò 63,8

Giacomelli (89,80) " 63,4

$\Sigma 180 = \gamma$ *Arietis*

1921 ott. 12	353,9	3
" 13	359,1	3
" 15	359,8	5
" 16	359,6	3
" 17	359,7	3
" 18	359,9	5
" 21	358,9	4

1922 genn. 4 359,0 5

1921,82	359,4	Armell.
---------	-------	---------

Dembowski (65,48) ebbe 359,2

Giacomelli (88,90) " 358,5

A. Hall (86,97) " 359,7

$\Sigma 205 = \gamma$ *Andromedae*

1921 ott. 12	63,6	5
" 13	63,9	4
" 15	63,8	4
" 16	62,6	4
" 17	63,7	4
" 18	63,7	6
" 19	62,9	5
" 20	63,3	5
" 21	63,4	5

1921,79	63,4	Armell.
---------	------	---------

Dembowski (63,81) trovò 62,9

Giacomelli (88,90) " 63,1

$\Sigma 222 = 59$ *Andromadae*

1921 ott. 12	34,2	3
" 13	33,4	4
" 16	34,1	3
" 20	33,6	5
" 21	33,6	4
" 22	33,8	4

1921,79	33,8	Armell.
---------	------	---------

Dembowski (66,38) trovò 35,5

Giacomelli (89,83) " 35,1

$\Sigma 231 = 66$ *Ceti*

1921 ott. 31	281,4	4
dec. 12	281,9	5
" 21	281,6	5
" 26	281,4	5

1921,93	281,6	Armell.
---------	-------	---------

Dembowski (64,91) trovò 229,1

Giacomelli (89,83) " 231,3

$\Sigma 232 = 28$ *Trianguli*

1921 ott. 29	66,5	5 fl
dec. 12	66,4	4
" 21	65,6	5
" 26	65,6	5
" 28	66,7	6

1921,94	66,2	Armell.
---------	------	---------

Dembowski (69,08) trovò 66,8

Giacomelli (89,80) " 65,7

Doolittle (902,9) " 66,5

$\Sigma 239$

1921 dec. 21	210,9	5
" 25	210,2	4
" 27	210,2	5
" 28	210,6	6

1921,98	210,5	Armell.
---------	-------	---------

Dembowski (65,57) trovò 210,4

Giacomelli (88,95) " 210,8

Burnham (904,79) " 210,7

$\Sigma 401$

1922 febb. 4	270,1	5
" 10	270,7	6
" 12	270,5	5 fl

1922,10	270,4	Armell.
---------	-------	---------

Dembowski (67,61) trovò 270,3

Giacomelli (89,34) " 270,0

$\Sigma 470$

1922 genn. 6	348,4	4
" 7	349,6	3
" 13	349,1	3
" 20	349,1	7
" 21	349,5	4

1922,03	349,1	Armell.
---------	-------	---------

Dembowski (65,58) trovò 347,2

Giacomelli (89,86) " 346,7

Doolittle (901,92) " 348,6

$\Sigma 590 = 55$ *Eridani*

1922 genn. 4	318,4	5
" 6	318,1	3
" 7	317,9	4
" 21	317,4	3
" 22	317,6	5

1922,03	317,9	Armell.
---------	-------	---------

Dembowski (65,81) trovò 316,1

Giacomelli (89,94) " 316,3

$\Sigma 780$

1921 febb. 12	140,2	5
" 13	140,7	5
" 19	140,4	5
" 26	140,2	5

1921,13	140,4	Armell.
---------	-------	---------

Dembowski (65,86) trovò 141,1

Giacomelli (89,96) " 140,2

$\Sigma 738 = \lambda$ *Orionis*

1922 genn. 4	42,9	5
" 5	42,3	3
" 6	42,3	5
" 7	42,7	3

1922,01	42,6	Armell.
---------	------	---------

Dembowski (66,29) trovò 44,8

A. Hall (85,16) " 47,4

Giacomelli (89,96) " 42,2

$\Sigma 752 = \epsilon \text{ Orionis}$

1921 genn. 17	142,3	5
febb. 4	143,0	5
" 6	142,1	5
1921,08	142,5	Armell
Dembowski (65,86) ebbe	141,1	
Giacomelli (89,96) "	140,7	
Biesbroeck (903,22) "	141,7	

$\Sigma 855$

1921 febb. 27	113,2	5
marzo 1	113,7	5
" 2	113,5	5
1921,16	113,5	Armell.
Dembowski (66,66) ebbe	113,8	
Giacomelli (89,99) "	113,4	

$\Sigma 919 = 11 \text{ Monocerotis}$
AB

1922 genn. 5	132,1	5
" 6	132,9	6
" 7	131,6	4
" 20	131,6	3
1922,03	132,1	Armell.
Dembowski (67,88) ebbe	130,2	
Giacomelli (89,52) "	130,6	
Burnham (98,96) "	133,4	

BC

1922 genn. 13	103,5	4
" 20	102,7	4
" 21	103,2	3
" 22	103,4	6
1922,05	103,2	Armell.
Dembowski (67,88) ebbe	103,0	
Giacomelli (90,01) "	104,3	
Burnham (98,96) "	108,4	

È una delle più belle stelle triple del cielo!

$\Sigma 924 = 20 \text{ Geminorum}$

1921 mar. 19	210,5	5
apr. 2	211,6	5
" 3	211,3	5
1921,24	211,1	Armell.
Dembowski (67,50) ebbe	209,8	
Giacomelli (89,49) "	210,0	
Biesbroeck (903,24) "	210,4	

$\Sigma 1027$

1921 marzo 19	355,8	5 fl
" 31	355,6	5 fl
1921,22	355,7	Armell.
Dembowski (66,9) ebbe	355,9	
Giacomelli (90,02) "	355,4	

$\Sigma 1110 \text{ (Castore)}$

1921 apr. 24	217,3	5
" 30	216,9	5
mag. 2	216,3	6
1921,32	216,8	Armell.
Dembowski (76,77) ebbe	235,9	
Giacomelli (90,07) "	230,5	
Biesbroeck (903,04) "	224,3	

$\Sigma 1223$

1922 genn. 29	213,1	5 fl
febb. 4	213,1	5 fl
" 10	213,9	5
1922,09	213,4	Armell.
Dembowski (69,10) ebbe	215,2	
Giacomelli (89,18) "	214,2	

$\Sigma 1224$

1922 genn. 29	43,7	4 fl
febb. 4	44,5	5 fl
" 10	44,1	5
1922,09	44,1	Armell.
Dembowski (67,87) ebbe	41,3	
Giacomelli (89,19) "	41,9	
Biesbroeck (903,21) "	44,0	

$\Sigma 1268 = \epsilon \text{ Cancr}$

1921 aprile 1	307,9	5
" 2	307,2	5
" 3	307,2	5
1921,25	307,4	Armell.
Dembowski (66,74) trovò	307,1	
Giacomelli (89,21) "	307,4	
Colemann (99,27) "	307,3	

$\Sigma 1627$

1921 mag. 8	196,1	5
" 9	195,6	5
" 10	195,8	5 fl
" 13	196,3	5
1921,35	195,9	Armell.
Dembowski (67,76) trovò	196,8	
Giacomelli (90,20) "	196,5	
Hugues (904,37) "	196,1	

$\Sigma 1657 = 24 \text{ Comae}$

1921 mag. 21	271,7	5
" 22	271,9	5
" 28	271,9	5
" 29	271,3	5
1921,40	271,7	Armell.
Dembowski (66,45) trovò	271,0	
Giacomelli (90,22) "	271,1	
Hugues (902,78) "	271,4	

$\Sigma 1669 = 58 \text{ Corvi}$

1921 giugno 4	305,8	5
" 11	305,6	5
" 12	305,4	5
" 23	305,6	5
1921,45	305,6	Armell.
Dembowski (66,63) ebbe	302,9	
Giacomelli (89,30) "	303,4	

$\Sigma 1670 = \gamma \text{ Virginis}$

1921 apr. 17	323,7	5
" 24	323,6	5
mag. 2	323,6	5
" 3	324,2	5
1921,31	323,8	Armell.
Giacomelli (89,58) ebbe	332,8	
Hugues (98,28) ebbe	330,4	
Biesbroeck (903,71) "	328,3	

L'angolo di posizione va diminuendo per il moto orbitale. L'eccentricità è elevatissima. È una delle doppie più belle

$\Sigma 1677$

1921 mag. 9	349,0	7
" 13	349,4	4
" 21	348,6	4
1921,37	349,0	Armell.
Dembowski (67,27) ebbe	348,0	
Giacomelli (90,30) "	347,5	
Hugues (904,35) "	347,8	

$\Sigma 1678$

1921 mag. 4	190,3	5
" 5	189,8	5
" 6	189,0	8
" 7	189,7	5 fl
1921,34	189,7	Armell.
Struve (32,27) trovò	211,6	
Dembowski (63,24) "	204,0	
Giacomelli (89,37) "	197,67	

$\Sigma 1740$

1921 mag. 6	75,4	6
" 7	75,1	5
" 8	74,8	8
1921,35	75,1	Armell.
Dembowski (65,97) ebbe	75,8	
Giacomelli (89,99) "	75,6	
Glaserapp (93,33) "	75,2	

$\Sigma 1833$

1921 giug. 24	172,1	5 fl
" 26	171,7	5
" 27	172,6	5
1921,48	172,1	Armell.
Dembowski (66,75) trovò	167,3	
Giacomelli (90,00) "	169,0	
Hugues (904,37) "	170,0	

Σ 1850

1921 mag. 22	261,8	5
" 28	261,1	7
giug. 11	261,5	5
" 12	261,9	7
1921,42	261,5	Armel.

Dembowski (68,57) trovò 261,9
Giacomelli (89,38) " 262,1

Σ 1864 = π Bootis

1921 giug. 23	104,3	5
" 25	103,9	5 fl
" 26	105,2	5
" 27	104,6	5
1921,48	104,5	Armel.

Dembowski (67,94) trovò 101,5
Giacomelli (89,38) " 103,1
Biesbroeck (903,28) " 103,3

Σ 1877 = ϵ Bootis

1921 mag. 22	331,4	5
" 28	330,8	5
giug. 12	329,9	6
" 28	330,3	5
1921,43	330,6	Armel.

Dembowski (65,86) ebbe 324,8
Giacomelli (89,43) " 331,8
Biesbroeck (903,4) " 330,3
Il valore di Giac. è forse troppo alto.

Σ 1890

1921 luglio 6	45,4	5
" 22	45,3	5
" 23	44,7	8
" 24	45,6	6
1921,55	45,1	Armel.

Dembowski (66,91) ebbe 45,0
Giacomelli (90,33) " 44,6

Σ 1904

1921 giug. 24	348,2	5 fl
" 25	348,4	5 fi
" 26	347,9	5
" 27	348,0	5
1921,48	348,1	Armel.

Dembowski (67,14) trovò 346,4
Giacomelli (89,97) " 346,2
Glasenapp (97,49) " 346,6

Σ 1910

1921 luglio 4	210,9	5
" 5	211,8	5
" 6	211,2	5
" 8	211,8	5
1921,51	211,4	Armel.

Dembowski (66,32) trovò 211,5
Giacomelli (89,47) " 210,5
Doolittle (903,26) " 211,8

Σ 1919

1921 giug. 24	10,8	5 fl
" 25	10,7	5 fl
" 26	10,8	5
" 27	10,9	5
1921,48	10,8	Armel.

Struve (32,21) trovò 10,2
Dembowski (67,93) " 9,8
Giacomelli (89,47) " 9,6
Burnham (905,18) " 10,0

Σ 1931

1921 giug. 26	171,4	5
" 27	171,0	5
" 28	171,3	5
luglio 3	170,5	6
1921,49	171,0	Armel.

Dembowski (66,00) trovò 171,7
Giacomelli (90,32) " 170,5
Hugues (904,34) " 170,6

Σ 1954 = δ Serpentis

1921 luglio 3	182,9	5 fl
" 4	183,6	6 fl
" 6	183,1	5
" 22	183,4	6
" 23	184,0	5
1921,53	183,4	Armel.

Dembowski (65,36) trovò 192,0
" (75,30) " 190,5
Giacomelli (90,40) " 186,4
Burnham (905,48) " 185,0

Σ 1962

1921 luglio 10	190,0	5
" 19	189,7	5
" 20	189,4	4
" 21	189,7	5
1921,54	189,7	Armel.

Dembowski (68,25) ebbe 188,5
Giacomelli (90,38) " 187,8
Jouffray (903,46) " 188,3

Σ 1965 = ζ Coronae

1921 luglio 23	302,9	5
" 24	303,6	5
" 28	302,4	4
" 29	302,5	8
1921,56	302,8	Armel.

Dembowski (68,78) ebbe 302,2
Giacomelli (90,38) " 302,2
Biesbroeck (903,39) " 304,3

Σ 2007

1921 luglio 20	324,6	5
" 21	321,7	5
" 23	324,2	4
" 24	223,8	6
" 25	324,3	5
" 30	324,1	5

1921,56 324,3 Armel.
Dembowski (58,38) ebbe 326,5
Giacomelli (90,09) " 325,8

Σ 2010 = α Herculis

1921 luglio 10	12,5	5
" 20	12,7	8
" 21	12,3	5
" 23	12,3	4
" 24	12,4	7
" 29	12,8	6
" 30	12,4	5

1921,56 12,5 Armel.
Dembowski (67,12) ebbe 9,9
Giacomelli (89,50) " 10,6

Σ 2140 = α Herculis

1921 luglio 20	110,7	6
" 21	110,9	5
" 23	111,0	7
" 24	110,6	8
" 25	110,6	5
" 26	110,5	4
" 27	110,7	4

1921,56 110,7 Armel.
Dembowski (66,54) ebbe 117,8
Giacomelli (90,08) " 113,3

Σ 2161 = ρ Herculis

1921 luglio 22	313,6	6
" 23	313,9	8
" 24	313,5	4
" 25	313,8	8

1921,56 313,7 Armel.
Dembowski (68,49) ebbe 310,7
Giacomelli (90,53) " 312,6

Σ 2758 = δ Cygni

1921 dec. 11	130,2	5
" 12	130,8	6
" 25	131,5	5
" 26	131,4	3
" 27	131,0	8

1921,97 130,9 Armel.
Giacomelli (89,78) trovò 121,3
Burnham (905,41) " 127,2

Fisica. — *Sull'assorbimento della gravitazione*. Nota VI del
 «Corrisp. QUIRINO MAJORANA.

USO DEL CONTROLLO. — Il descritto congegno di controllo, o come dirò semplicemente il *controllo*, svela le rotazioni del sostegno della bilancia. Per utilizzarlo, procedo nella guisa seguente. Stabilito un punto della scala al posto di osservazione si regola la vite r in guisa che su di esso cada il raggio di luce riflesso da S_2 ; si portano allora i piombi dalla posizione PP a P'P'; questo raggio si sposta in conseguenza, p. es., di 200 mm. ⁽¹⁾ in alto. Si tratta ora di ricondurlo alla sua posizione primitiva, senza spostare i piombi; creando cioè una rotazione nel sostegno della bilancia inversa a quella occasionata dalla mutata posizione di quelli. Per raggiungere tale scopo, è tornato assai acconcio usufruire della mobilità di detto sostegno dovuta al suo speciale modo di sospensione con le molle MM (fig. 3). Un filo sottile di argentana è fissato in I ad un'appendice portata del piano LL, ed è avvolto su due carrucole D_1, D_2 , ad imperniatura assai delicata. Di esse, la D_1 è prossima alla bilancia, come vedesi in figura, e sostenuta opportunamente dal piano TT; l'altra trovasi discosta per circa 3 metri. Al filo di argentana è finalmente legato un disco circolare di ferro Z che funge da armatura di un'elettrocalamita J. In questa circola in permanenza una corrente di qualche decimo di ampère, regolabile dal posto di osservazione con opportuno reostato. La distanza di J dalla bilancia è tale che nessuna sensibile azione da parte sua sulle parti magnetiche della bilancia sia da temersi. Si vede allora che affievolendo la corrente in J, il sostegno della bilancia può ruotare alquanto per il cedimento delle molle MM, ed è così possibile riportare l'indice luminoso riflesso da S_2 nella sua primitiva posizione, venendosi a correggere con ogni esattezza la rotazione perturbatrice constatata. È ovvio poi, che se si osservasse uno spostamento dell'indice luminoso verso il basso anzichè verso l'altq, esso verrebbe corretto con un accrescimento della corrente in J.

Si può obiettare che le rotazioni impresse al sostegno della bilancia, sia dal moto dei piombi che dal *controllo* sieno certamente accompagnate da spostamenti traslatorii rispetto alle lampade di proiezione e alla scala di lettura, e che quindi questi possano indurre qualche errore nella valuta-

⁽¹⁾ Per quanto si è detto tale valore può mutare notevolmente da una esperienza all'altra.

zione degli effetti. Ma, come già dissi, tali spostamenti, che del resto sono dell'ordine di $\frac{1}{10}$ di mm., non possono trasferirsi nelle letture sulla scala, giacchè gli specchi S_1 ed S_2 sono piani.

In ogni caso se, malgrado tutto, una certa causa di errore continuasse a persistere, essa non potrebbe essere che molto ridotta di fronte a quella che si aveva senza l'uso del controllo. Le letture incrociate, fatte caricando alternativamente il giogo col sistema *sfera-contrappeso* o con l'altro *tara-contrappeso*, certamente permetteranno la eliminazione di tale errore residuale.

L'uso del controllo, eliminando nelle osservazioni la accennata capricciosa causa di errore, le rende fra loro perfettamente comparabili ai fini della presente ricerca; esse vanno peraltro corrette, in conseguenza della esistenza di altre cause, che restando sensibilmente costanti da una misura all'altra o che essendo esattamente prevedibili, non possono lasciare incertezza alcuna sul risultato finale. Di tali cause debbo ora discorrere, prima di accennare a questo risultato.

CAUSE MAGNETICHE DI ERRORE. — Il mutamento nella posizione dei piombi, essendo questi, insieme con i loro sostegni, costituiti da materiale più o meno magnetico, e in piccola parte anche da ferro (connessioni dei pezzi delle armature ABCD, viti calanti, motorini elettrici ecc.), può esercitare qualche azione sulla posizione di equilibrio della bilancia. Il giogo di questa, come nella prima serie di esperienze, ha i tre coltelli in acciaio; ma il suo indice verticale a lettura diretta in H (fig. 3), che poteva causare le maggiori perturbazioni magnetiche, è stato sostituito con altro di ottone; può dunque rimanere qualche azione perturbatrice su quelli, ed in minima parte anche sul resto del giogo. Essa può esser provocata per il moto dei piombi, dal campo magnetico terrestre (in conseguenza della varia permeabilità magnetica di questi e dei loro accessori), od anche da magnetismo residuo delle parti mobili, specie di quelle in ferro.

Con l'uso del *controllo*, e quando si esperimenta *in bianco* cioè *contra-contrappeso*, qualsiasi perturbazione meccanica, dovuta cioè alle deformazioni dell'edificio resta, come si è detto eliminata; non interviene neppure, come si dirà appresso, alcuna azione newtoniana sensibile, dovuta cioè alla azione attrattiva dei piombi sul giogo, variabile con la posizione di quelli. Ma con tutto ciò si osserva sempre in tale esperimento uno spostamento della posizione di equilibrio del giogo, al trasferirsi dei piombi dall'una all'altra posizione. Un attento studio di tale fatto mi ha convinto che questo spostamento non può essere occasionato che da un'azione magnetica. Essa verrebbe a corrispondere ad una forza pondero-motrice differenziale sulle due braccia del giogo dovuta alla lieve dissimetria dei piombi rispetto a queste, o ad ineguali proprietà magnetiche dei due coltelli estremi. Per cui, se dalle osservazioni del ricercato effetto di assorbimento gravitazionale fatte quando il giogo è caricato.

col sistema *sfera-contrappeso*, si sottrae lo spostamento della posizione di equilibrio del giogo osservato con l'esperimento *in bianco*, si viene ad eliminare un errore che voglio chiamare semplicemente *errore magnetico*.

Si potrebbe sospettare peraltro che quando si sperimenta con il sistema *sfera-contrappeso*, anzichè *in bianco*, venendo a mutare la distribuzione delle masse del giogo carico mobile, possa intervenire altra perturbazione magnetica; ma tale dubbio non ha fondamento, come ho potuto accertarmi con l'esperimento seguente. Al disotto della custodia sferica M (fig. 2) ho fissato una piccolissima bilancia magnetica d'inclinazione con ago corto orizzontale oscillante intorno ad un coltello, in un piano verticale parallelo a quello della figura. e precisamente contenuto fra i due piombi quando questi sono in una delle due posizioni estreme. L'ago della bilancia magnetica porta uno specchietto, per l'osservazione, su scala verticale, dei suoi spostamenti. Rilevo così che il trasferire i piombi da PP a P'P', o viceversa, fa spostare, per pura azione magnetica, un raggio riflesso dello specchietto di 24 mm. Indi, avendo allontanati i piombi in PP, pongo sotto la bilancia magnetica un magnete ausiliario, osservando così uno spostamento sulla scala verticale di circa 2500 mm., cioè circa 100 volte maggiore.

In una seconda serie di osservazioni, avendo rimosso la bilancia magnetica, determino l'azione del magnete ausiliario sulla bilancia H, quando il suo giogo è carico col sistema *sfera-contrappeso*; tale azione si svolge principalmente, e direi quasi esclusivamente, sulla sfera di piombo; giacchè il magnete è a questa vicinissimo ed è assai lontano dal giogo di H. Ed essa è dell'ordine di qualche decimo di mm.; cioè è dello stesso ordine di grandezza dell'effetto di assorbimento gravitazionale ricercato. Da tutto ciò si deduce che la perturbazione magnetica, mentre varia da 1 a 100 sulla bilancia magnetica a seconda che essa sia occasionata dai piombi o dal magnete ausiliario, rimane, se mai, dello stesso ordine di grandezza per quanto riguarda la sfera di piombo. La sola spiegazione plausibile di tale risultato è che l'azione magnetica, per parte dei piombi, sulla sfera, manchi del tutto. Che questa conclusione sia attendibile risulta anche dal fatto che il piombo impiegato nella confezione della sfera è assai puro, e che questo metallo, come è noto, ha lievissime proprietà magnetiche e propriamente diamagnetiche. Rimane dunque giustificata la dicitura di *errore magnetico* adottata per le osservazioni fatte col sistema *tara-contrappeso*.

CAUSE NEWTONIANE DI ERRORE. — Queste cause sono, nell'apparecchio da me utilizzato, tre: attrazione delle zattere Z (fig. 2) sulla sfera; attrazione delle masse sussidiarie mobili (viti calanti, bracci CD, BD, tavolette e motorino K, ecc.) sulla sfera; attrazione dei piombi e di tutte le altre parti mobili sul contrappeso. Prescindo dunque da eventuali dissimetrie di massa dei due piombi rispetto alla sfera; un calcolo opportuno dimostra che se esse sono contenute dentro i limiti imposti dalla esattezza costruttiva

delle varie parti dell'apparecchio, non occasionano effetti perturbatori. Preseindo inoltre dal fatto che il contrappeso C e la tara K (fig. 3) non sono allo stesso livello e si trovano in posizione dissimmetrica rispetto ai piombi, occasionando ciò ancora errore perfettamente trascurabile. E passo alla discussione delle tre cause suddette.

ATTRAZIONE DELLE ZATTERE. — Le due zattere di legno Z (fig. 2) costituiscono un'unica massa prismatica a base quadrata di cm. 95 di lato e dell'altezza di cm. 15,3. Essa agisce notevolmente sulla sfera quando i piombi si trovano P'P'; ed agisce anche, benchè assai più lievemente, nel senso di dare ancora una componente verticale, quando i piombi sono in PP; ma in questo secondo caso l'effetto è trascurabile, come è facile vedere, tenendo conto delle distanze fra le varie parti dell'apparecchio. Si tratta dunque di calcolare con esattezza la prima azione. Ora, se teniamo presente che il centro della sfera trovasi sulla verticale passante per il centro della zattera complessiva quadrata ed orizzontale, dicendo a il mezzo lato della zattera, b lo spessore di questa, l la distanza tra la sua faccia superiore ed il centro della sfera, si dimostra ⁽¹⁾ che la cercata attrazione è data da:

$$\begin{aligned} A_1 = & 4 K M \vartheta a \log \frac{(\sqrt{2a^2 + l^2} + a)(\sqrt{2a^2 + (b+l)^2} - a)}{(\sqrt{2a^2 + l^2} - a)(\sqrt{2a^2 + (b+l)^2} + a)} - \\ & - l \left(\operatorname{arctg} \frac{a}{l} + 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2a^2 + l^2}}{l} - 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{a^2 + l^2} + a}{l} \right) + \\ & + (b+l) \left(\operatorname{arctg} \frac{a}{b+l} + 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2a^2 + (b+l)^2}}{b+l} - \right. \\ & \left. - 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{a^2 + (b+l)^2} + a}{b+l} \right) \end{aligned}$$

dove K è la costante universale newtoniana, M è la massa della sfera di piombo e ϑ è la densità del materiale che costituisce la zattera.

Nel caso delle mie esperienze si ha: $M = 1274$ gr.; $\vartheta = 0,985$; $a = 47,5$ cm.; $b = 15,3$ cm.; $l = 47,5$ cm. Tenendo conto che $K = 6,68 \cdot 10^{-8}$, e sostituendo si ha:

$$A_1 = 0,00227 \text{ dine} = 0,00231 \text{ mg.}$$

Tale attrazione si manifesta quando i piombi e la zattera sono in PP; essa fa apparire la sfera più pesante. Per cui il cercato effetto di assorbimento gravitazionale, che consiste in una diminuzione di peso, viene ad essere diminuito apparentemente da tale causa perturbatrice. Poichè in con-

(1) Il calcolo relativo, basato semplicemente sulla legge di Newton, è stato cortesemente eseguito dal mio collega prof. Fubini, che sento il dovere di ringraziare.

seguenza di ciò indicheremo con una cifra negativa quell'effetto, dobbiamo dire che anche A_1 abbia valore negativo, in guisa cioè che tale attrazione si dovrà sommare con l'effetto di assorbimento, accrescendolo in valore assoluto. Sarà dunque effettivamente

$$A_1 = -0,00231 \text{ mg.}$$

ATTRAZIONE DELLE MASSE SUSSIDIARIE. — Anche queste danno una componente attrattiva verticale differente da zero sulla sfera, tanto che si trovino in corrispondenza della posizione $P'P'$ che dell'altra PP . Essendo esse situate in località più basse delle zattere Z , anche in questo ultimo caso la componente può avere un valore non trascurabile. Occorre dunque calcolare il valore di tali attrazioni per le due posizioni suddette: la loro differenza ci darà la correzione A_2 , che sarà evidentemente negativa come A_1 . Ma questo calcolo non può farsi di colpo con una sola formula, analogamente a quanto si è fatto per le zattere Z ; si tratta infatti di masse attraenti di forma assai complessa e di densità che può variare da punto a punto. Ci si deve dunque accontentare di scomporre le varie parti CD , BD , motorino K , ecc., in altre parti elementari più piccole, di conosciuto volume e densità, oppure di conosciuta massa; supponendole poi concentrate al rispettivo centro di gravità, è sufficiente applicare la formula di Newton fra masse puntiformi. Ho eseguito effettivamente tale scomposizione, e le masse elementari, m , così risultanti sono state in numero di 73. Diciamo x_1, y_1, z ed x, y, z le coordinate di una qualunque di esse rispetto a tre assi ortogonali (di cui x è orizzontale e parallelo al piano della fig. 2, y è normale a questo piano, e z è verticale) che abbiano l'origine nel centro della sfera di piombo; tali coordinate si riferiscono alle due posizioni $P'P'$ e PP delle armature, e si comprende perchè quelle verticali z , sieno eguali nei due casi.

È facile vedere che la cercata differenza delle due componenti verticali attrattive della massa elementare m considerata, è espressa dalla relazione:

$$a = KMmz \left(\frac{1}{(x_1^2 + y_1^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right).$$

Eseguito il calcolo ho trovato i singoli valori di a per le 73 masse elementari. Essi variano fra un centomillesimo ed un decimillesimo di mg. , e la loro somma complessiva dà la cercata correzione A_2 :

$$A_2 = -0,00180 \text{ mg.}$$

ATTRAZIONI SUL CONTRAPPESO. — Al muoversi dei piombi, le attrazioni elementari delle loro varie parti, comprese le masse sussidiarie sul contrappeso C (fig. 2), variano. Si possono così calcolare le componenti verticali risultanti di tutte queste attrazioni per le due posizioni PP e $P'P'$.

e farne la differenza, servendosi della formula del paragrafo precedente. Ma il valore risultante A_3 va preso con segno contrario a quello delle due attrazioni precedentemente studiate, perchè il detto contrappeso è sostenuto al braccio di sinistra della bilancia, mentre la sfera, su cui quelle attrazioni si manifestano, è portata dal braccio destro.

A determinare il valore di A_3 contribuiscono quasi esclusivamente le masse dei due piombi (circa 10 tonnellate); mentre le masse sussidiarie, la cui azione si è considerata per la determinazione di A_2 , essendo di valore relativamente piccolo rispetto ai piombi, danno contributo quasi trascurabile. Risulta così che:

$$A_3 = + 0,00275 \text{ mg.}$$

Così computati gli effetti delle varie cause perturbatrici, mi riservo nelle prossime Note di esporre i risultati numerici delle osservazioni.

Chimica industriale. — *Sui mercaptotiazoli come acceleranti della vulcanizzazione* ⁽¹⁾. Nota del Corrispondente G. BRUNI e di E. ROMANI.

In una Nota presentata a codesta Accademia, nella seduta del 2 maggio 1921, e pubblicata nei Rendiconti, vol. XXX, 1° sem., pag. 337-344, abbiamo esposto come i mercaptobenzotiazoli in presenza di ossidi metallici, od i loro sali metallici, siano potenti acceleranti della vulcanizzazione, ed inoltre, come alla loro formazione nell'interno delle mescolanze per azione dello zolfo su svariate sostanze aromatiche azotate, sia dovuta la azione accelerante di queste ultime.

Abbiamo anche detto come l'azione di questi corpi sia dovuta alla formazione dei rispettivi disolfuri i quali possono perdere zolfo e riacquistarlo analogamente, a quanto fanno i disolfuri di tiourame.

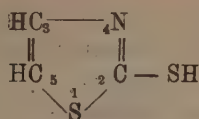
Contemporaneamente alla nostra comunicazione i Sigg. Bedford e Sebrill ne tenevano una alla American Chemical Society nella quale pure sono nominati i mercaptobenzotiazoli e relativi sali metallici come acceleranti ⁽²⁾.

Noi abbiamo voluto provare se i corrispondenti composti contenenti il nucleo tiazolico non condensato con quello benzolico, avessero le medesime proprietà e la nostra previsione è risultata confermata.

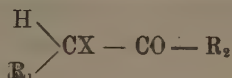
⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel Laboratorio di ricerche chimiche e chimico-fisiche della Società Italiana Pirelli. Milano, agosto 1921.

⁽²⁾ Chemical and Metallurg. Engineering, 12 maggio 1921.

Il composto più semplice della serie, il mercaptotiazolo

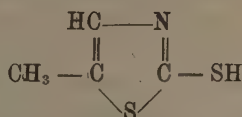


non è conosciuto ed abbiamo in corso ricerche per la sua preparazione che non appare facile. Sono invece noti alcuni suoi derivati contenenti catene laterali nei posti 5 e 4, i quali si possono preparare facilmente mediante un'ingegnosa reazione trovata da A. Miolati ⁽¹⁾ e cioè condensando il ditiocarbamato d'ammonio con sostanze contenenti l'aggruppamento



dove R₁ e R₂ possono essere atomi d'idrogeno o radicali monovalenti e X un atomo di alogeno.

Il più semplice e il più facilmente accessibile di questi composti è il 5-metil 2-mercaptotiazolo:



che si ottiene per azione del ditiocarbamato d'ammonio sul monocloroacetone.

Noi abbiamo operato secondo le indicazioni di Miolati, ottenendo i medesimi risultati.

Abbiamo anzi trovato che a scopo tecnico la preparazione può essere notevolmente semplificata.

Il metilmercaptotiazolo, è una sostanza cristallina, di un leggero colore giallastro, p. fus. 86°, solubilissima in alcool, poco solubile in benzolo, insolubile in acqua.

Aggiunto alle mescolanze di gomma e zolfo nella proporzione di 1 a 3 per cento in presenza di ossidi metallici, come ossidi di zinco, piombo, magnesio, calcio, mercurio ed altri, provoca la vulcanizzazione in tempi brevissimi, per es. in 5 minuti a 120°. Determina pure la vulcanizzazione anche a temperatura molto più bassa ed anche a temperatura ambiente in tempi proporzionalmente più lunghi. È quindi un ultra-accelerante di potenza paragonabile solo ai xantogenati di zinco.

Ne abbiamo preparati i sali metallici che non erano stati descritti da Miolati. Il modo migliore di prepararli consiste nel trattare una soluzione alcoolica concentrata del mercaptotiazolo con carbonato sodico secco in ec-

(¹) Gazz. Chim. Ital., 23, 575 (1891).

cesso, filtrare, diluire con acqua e precipitare con la soluzione di sali solubili del metallo derivato.

Abbiamo così preparato i sali seguenti, tutti insolubili:

Sale di zinco	— bianco.
" " cadmio	— giallastro.
" " piombo	— giallo, poco stabile.
" " mercurio (-ico)	— bianco.
" " colbalto	— verde.
" " rameoso	— giallo.

Partendo dalla soluzione di un sale rameico si forma dapprima un precipitato verde, che passa subito al giallo. Evidentemente si forma prima il sale rameico instabile che si riduce a rameoso come fanno i solfocianuri, gli xantogenati e simili.

Anche i sali di zinco, cadmio, piombo e mercurio e specialmente il primo sono acceleranti assai energici come era prevedibile.

Abbiamo tentato di preparare il disolfuro per blanda ossidazione del metilmercaptotiazolo. A tale scopo abbiamo trattato una soluzione alcoolica concentrata del medesimo con una soluzione acquosa di ferricianuro potassico, versando quest'ultima goccia a goccia finchè tutto il liquido assume una tinta verdastra. Si aggiunge altra acqua e si osserva la separazione di goccioline oleose che sbattendo si trasformano in scagliette cristalline bianche. La sostanza filtrata è ricristallizzata sciogliendola in alcool e precipitando con acqua, fonde a 64° . Fu sottoposta ad analisi determinando lo zolfo; l'analisi diede in 100 parti: zolfo 41.93.

Essa non è quindi il disolfuro la cui formola $(C_4N_4NS)_2S_2$ richiede 49.23%; il trovato corrisponde invece perfettamente col calcolato della formola $(C_4H_4NS)_2S$ — 42.10%. La sostanza così preparata è quindi il *solfuro di metiltiazolo*, finora sconosciuto.

Abbiamo tentato altre vie per isolare il disolfuro, per es. ossidando con cloro, jodio, ecc. ma finora senza risultato. Abbiamo anche tentato di estrarlo dal liquido da cui si è precipitato il sale rameico come si è detto di sopra e in cui si deve originariamente formare, ma si ottiene sempre il monosolfuro. Evidentemente il disolfuro è in questo caso assai instabile e perde zolfo dando il solfuro. Non vi è però nessun dubbio che il meccanismo d'azione di questi mercaptotiazoli e dei loro sali come acceleranti di vulcanizzazione consiste nella formazione dei disolfuri e nel passaggio ciclico di questi a solfuri e viceversa in modo perfettamente analogo a quanto è stato spiegato per i mercaptobenzotiazoli nella già citata pubblicazione.

La presente Nota fu inviata in plico chiuso alla R. Accademia il 19 agosto 1921, pervenuto il successivo 21 agosto e aperto su richiesta dell'autore nella seduta del 5 febbraio 1922.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulle serie di polinomi di una variabile complessa.* Nota di N. ABRAMESCU, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA.

I. Le serie di polinomi, $\sum a_n P_n(x)$, appaiono come una generalizzazione della serie di Taylor, $\sum a_n x^n$. Lo studio delle serie di polinomi si può fare da due punti di vista. Primo, si dà una funzione $f(x)$, regolare in un campo limitato da una curva chiusa (C), con connessione semplice, e si richiede uno sviluppo in serie di polinomi della funzione $f(x)$, valevole solamente nell'interno della curva (C). Questo problema è stato completamente risolto ⁽¹⁾, dimostrando che lo sviluppo è valevole solamente nell'interno della curva (C), i polinomi $P_n(x)$ dipendono esclusivamente dal contorno (C), mentre i coefficienti a_n dello sviluppo dipendono e dal contorno (C) e dalla funzione $f(x)$.

Un altro punto di vista dello studio delle serie di polinomi è anche il seguente. Data una successione di polinomi, $P_0(x), P_1(x), \dots, P_n(x), \dots$, di gradi uguali agli indici, come pure i coefficienti $a_0, a_1, \dots, a_n, \dots$, si chiede la regione di convergenza della serie $\sum a_n P_n(x)$. Questo problema ha cominciato ad essere studiato 45 anni or sono da Darboux ⁽²⁾ e da Poincaré ⁽³⁾.

Nel presente lavoro studio il problema posto per la prima volta da Darboux ⁽⁴⁾, nella Memoria citata, cioè considero le serie di polinomi $\sum a_n P_n(x)$, i polinomi $P_n(x)$ essendo definiti dalle relazioni di ortogonalità

$$\int_a^b \varphi(x) P_m(x) P_n(x) dx = 0, \quad m \neq n; \quad \int_a^b \varphi(x) P_n^2(x) dx = I_n = \text{cost.}^1 \text{ assegnate,}$$

dove $\varphi(x)$ designa una funzione positiva ed integrabile nell'intervallo (a, b) ⁽⁵⁾.

⁽¹⁾ Faber, *Ueber polynomische Entwicklungen* (Math. Annalen, 1903, pag. 389; 1907, pag. 118); N. Abramescu, *Sur les séries de polynomes à une variable complexe* (Bulletin de la Société des Sciences de Cluj, Romania, 1921).

⁽²⁾ *Mémoire sur l'approximation des fonctions de très grands nombres et sur une classe étendue de développements en série* (Journ. de Mathém. pures et appliquées, 1878).

⁽³⁾ *Sur les équations linéaires aux différentielles ordinaires et aux différences finies* (American Journal of Mathematics, vol. VII); Pincherle, *Sui sistemi di funzioni analitiche* (Annali di Matematica, II, vol. XII).

⁽⁴⁾ Per questo le chiamo *Serie di Darboux* e non serie di polinomi ortogonali come le chiamano i tedeschi.

⁽⁵⁾ Queste serie sono state considerate anche dal sig. Picard nel suo corso di Analisi superiore alla Sorbonne (Paris) nel 1918.

II. 1°. Cominciando con lo studio dei polinomi $P_n(x)$, dimostro che il polinomio $P_n(x)$ si può mettere sotto la forma

$$P_n(x) = \frac{1}{D_{n-1}(\varphi)} \begin{vmatrix} xg_0 - g_1 & xg_1 - g_2 & \dots & xg_{n-1} - g_n \\ xg_1 - g_2 & xg_2 - g_3 & \dots & xg_n - g_{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ xg_{n-1} - g_n & xg_n - g_{n+1} & \dots & xg_{2n-2} - g_{2n-1} \end{vmatrix} = \frac{D_{n-1}(F)}{D_{n-1}(\varphi)},$$

$$D_n(\varphi) = \begin{vmatrix} g_0 & g_1 & \dots & g_n \\ g_1 & g_2 & \dots & g_{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_n & g_{n+1} & \dots & g_{2n} \end{vmatrix}.$$

$$F = (x - t) \varphi(t), \quad g_s = \int_a^b \varphi(t) t^s dt,$$

che $D_{n-1}(F)$ e $D_{n-1}(\varphi)$ sono i determinanti delle forme quadratiche

$$\int_a^b (x - t) \varphi(t) (y_0 + y_1 t + \dots + y_{n-1} t^{n-1})^2 dt = \sum \sum (x g_{p+q} - g_{p+q+1}) y_p y_q,$$

$$\int_a^b \varphi(t) (y_0 + \dots + y_{n-1} t^{n-1})^2 dt = \sum \sum g_{p+q} y_p y_q, \quad p, q = 0, 1, \dots, n-1.$$

2°. Analogamente il polinomio $P_n(x)$ si può mettere anche sotto la seguente forma

$$P_n(x) = \frac{1}{1 \cdot 2 \dots n (b - a)^n} \frac{1}{\varphi(x)} \frac{d^n}{dx^n} \left[(x - a)^n (x - b)^n \psi_n(x) \right],$$

$\psi_n(x)$ essendo una funzione finita per $x = a$ ed $x = b$.

III. In ciò che segue, studio quelle serie di polinomi $P_n(x)$ ai quali corrisponde la stessa funzione $\psi_n(x)$ indipendente da n , che indico con $\psi(x)$. In questo caso la funzione $\varphi(x)$ è la soluzione comune di un numero infinito di equazioni integrali

$$\psi(x) = \frac{(b - a)^n n}{(x - a)^n (x - b)^n} \int_a^x (x - z)^{n-1} \varphi(z) P_n(z) dz.$$

Studio anche il caso $\psi_n(x) = \varphi(x)$, e ritrovo tutti i polinomi conosciuti di Legendre, Jacobi, ecc.

Oltre alle proprietà conosciute dei polinomi $P_n(x)$, trovo ancora le seguenti.

1°. Il polinomio $P_n(x)$ è il coefficiente di t^n nello sviluppo in serie di t dell'espressione $\frac{\psi(z)}{\varphi(x)} \frac{\partial z}{\partial x}$, z essendo la radice dell'equazione

$$z = x + t \frac{(z - a)(z - b)}{b - a}, \quad z = x, \quad t = 0,$$

che si svolge con la formola di Lagrange; questa espressione è una funzione generatrice per i polinomi $P_n(x)$.

2°. Se $\varphi(x) = \psi(x) = (x-a)^\lambda (x-b)^\mu$, $\lambda + 1 > 0$, $\mu + 1 > 0$, il polinomio $P_n(x)$ verifica una equazione differenziale di 2° ordine, lineare, la seconda soluzione della quale è

$$\frac{1}{n! (b-a)^n} (x-a)^{-\lambda} (x-b)^{-\mu} \int_a^b (t-a)^{n+\lambda} (t-b)^{n+\mu} (t-x)^{-n-1} dt.$$

3°. Indicando con $c_{n,n}$, $c_{n,n-1}$ i coefficienti di x^n ed x^{n-1} del polinomio $P_n(x)$, si può precisare la relazione di ricorrenza fra tre polinomi consecutivi che, nel nostro caso, è

$$\frac{c_{n,n}}{c_{n+1,n+1}} P_{n+1}(x) - (x - \alpha_n) P_n(x) + \frac{c_{n-1,n-1} I_n}{c_{n,n} I_{n-1}} P_{n-1}(x) = 0,$$

$$I_n = (-1)^n \frac{c_{n,n}}{(b-a)^n} \int_a^b (x-a)^n (x-b)^n \psi(x) dx, \quad \alpha_n = \frac{c_{n,n-1}}{c_{n,n}} - \frac{c_{n+1,n}}{c_{n+1,n+1}}.$$

4°. Ricerco quindi il dominio di convergenza della serie di Lagrange, in generale, e poi nel caso del nostro sviluppo. Servendomi del metodo di Darboux per la determinazione del valore approssimato del termine generale della serie di Lagrange, dimostro che il valore approssimato del polinomio $P_n(x)$ (dopo aver fatto un cambiamento di variabile in modo che ai limiti a e b corrispondano 0 ed 1) è

$$P_n(x) = \Psi(\xi) n^{-\frac{1}{2}} \xi^{n+1} (1 + \varepsilon), \quad \xi = 1 - 2x + \sqrt{4x^2 - 4x},$$

$\Psi(\xi)$ essendo una funzione indipendente da n e da ε . Trovo in pari tempo i valori assintotici dei coefficienti $c_{n,n}$, $c_{n,n-1}$.

IV. 1°. Le curve di convergenza delle serie considerate sono ellissi omofocali, con i fuochi in a e b che ottengo valendomi del valore prossimo del polinomio $P_n(x)$.

2°. Le stesse curve di convergenza le trovo anche osservando che $P_n(x)$ è il coefficiente del termine generale della serie di Lagrange studiata.

V. 1°. Passo poi allo sviluppo in serie di polinomi $P_n(x)$ di una funzione $f(x)$ regolare in una determinata regione. Considero il caso particolare dello sviluppo

$$\frac{1}{x-y} = \sum \frac{P_n(x) Q_n(y)}{I_n}, \quad Q_n(y) = \int_a^b \frac{\varphi(t) P_n(t)}{t-y} dt,$$

e faccio lo studio delle funzioni di seconda specie, $Q_n(y)$, di Darboux.

2°. Determino la relazione di ricorrenza che è verificata dalle funzioni $Q_n(y)$.

3°. Dimostro che (prendendo come limiti 0 ed 1 invece di a e b),

$$Q_n(y) = \int_0^1 \psi(t) \frac{t^n (1-t)^n}{(t-y)^{n+1}} dt.$$

4°. Nel caso $\varphi(x) = \psi(x) = (x-a)^\lambda (x-b)^\mu$, $\lambda+1 > 0$, $\mu+1 > 0$, la seconda soluzione dell'equazione differenziale che è verificata da $P_n(x)$, è

$$\frac{1}{n!} (1-x)^{-\mu} x^{-\lambda} Q_n(x).$$

5°. Valendomi del metodo di Darboux per il calcolo dei valori approssimati dell'integrale di Laplace, dimostro che i valori assintotici di $Q_n(y)$ ed I_n sono

$$Q_n(y) = \int_a^b \psi(t) \frac{t^n (1-t)^n}{(t-y)^{n+1}} dt = \Phi(\eta) n^{-\frac{1}{2}} \eta^{-n-1} (1+\varepsilon),$$

$$\eta = 1 - 2y + \sqrt{4y^2 - 4y},$$

$$I_n = (-1)^n c_{n,n} \int_0^1 \psi(t) t^n (1-t)^n dt = \frac{k}{n} (1+\varepsilon'),$$

$\Phi(\eta)$ e k essendo indipendente da n .

Relatività. — *Lo spazio-tempo delle orbite kepleriane.*
Nota II di F. P. CANTELLI, presentata dal Socio G. CASTELNUOVO.

1. Si è visto, nella precedente Nota ⁽¹⁾, che affinchè lo spazio-tempo

$$(1) \quad ds^2 = -e^\lambda dr^2 - e^\mu r^2 d\varphi^2 + e^\nu dv^2,$$

in cui λ, μ, ν sono funzioni di r soddisfacenti alla condizione

$$(2) \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \lambda = \lim_{r \rightarrow \infty} \mu = \lim_{r \rightarrow \infty} \nu = 0,$$

ammetta geodetiche che siano rappresentate, quando si elimini il tempo, da traiettorie di equazione

$$(3) \quad \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \text{cost} = a, \quad u = \frac{1}{r},$$

occorre e basta che sia

$$(4) \quad e^\nu = \frac{1 + \beta u}{1 + \alpha u}, \quad e^\mu = e^\lambda = 1 + \beta u$$

(1) Questi Rendiconti. 1922, vol. XXXI, 1° sem., pag. 18.

essendo α, β due costanti arbitrarie. Si ha in tal caso

$$(5) \quad \dot{\alpha} = \frac{1}{2h^2} \left(\frac{k^2 \alpha}{c^2} - \beta \right)$$

in cui h, k sono due costanti di integrazione il cui significato è fornito dalle relazioni

$$(6) \quad r^2 \frac{d\varphi}{ds} = h e^{-\mu}, \quad \frac{dt}{ds} = k c^{-2} e^{-\nu}.$$

2. La (3) è formalmente identica alla prima legge di Kepler. Se si vuole che risulti anche $r^2 d\varphi/dt = \text{cost.}$ (espressione formale della seconda legge di Kepler) si dovrà porre, per le (6), (4), $\alpha = 0$. In questo caso si ha quindi da considerare lo spazio-tempo la cui metrica è assegnata da

$$(7) \quad ds^2 = -(1 + \beta u) (dr^2 + r^2 d\varphi^2 - c^2 dt^2).$$

Nel caso in esame si è condotti, per note considerazioni, a porre $-\beta = 2fM/c^2$, essendo f la costante d'attrazione newtoniana ed M la massa del Sole; se ne trae $\beta = -2m = -\text{km. } 2,94$.

Si può affermare, nel caso presente, che il moto di un punto materiale intorno al Sole soddisfa, nel sistema di coordinate adottato, alle prime due leggi di Kepler. Dalla (7) si deduce che i raggi luminosi, il cui cammino è segnato dalle geodetiche di lunghezza nulla, non subiscono deflessione nel campo gravitazionale; si deduce altresì una influenza del campo stesso sulla frequenza delle vibrazioni di un atomo, in una misura identica a quella dedotta da Einstein.

3. Un altro caso, degno di nota, si ottiene ponendo $\beta = 0$ nelle (4), per cui si ha

$$(8) \quad ds^2 = -(dr^2 + r^2 d\varphi^2) + \frac{c^2}{1 + \alpha u} dt^2.$$

Si è condotti ad attribuire ad α il valore $2m = \text{km } 2,94$ e si può affermare che il moto di un punto materiale intorno al Sole soddisfa alla prima ma non alla seconda legge di Kepler. Si deduce che un raggio stellare, rasente il bordo solare, dovrebbe subire una deflessione di $0'',88$, pari alla metà di quella preveduta da Einstein, e si ricava pure una influenza del campo di gravitazione sul numero delle vibrazioni di un atomo, in una misura praticamente eguale a quella indicata da Einstein.

4. Si possono attribuire ad α, β valori tali da condurre, nello stesso tempo, ad una deflessione di un raggio stellare, che passi rasente il bordo solare, pari a quella dedotta da Einstein ($1'',75$) e ad una influenza del campo gravitazionale sulla frequenza delle vibrazioni di un atomo, in una misura praticamente eguale a quella indicata da Einstein. Basta porre, a

tale scopo, $\alpha = 4m$, $\beta = 2m$, essendo $m = \text{km. } 1,47$, ossia basta considerare lo spazio-tempo la cui metrica è assegnata da

$$(9) \quad ds^2 = -(1 + 2mu)(dr^2 + r^2 d\varphi^2) + c^2 \frac{1 + 2mu}{1 + 4mu} dt^2.$$

Dalla (9) non si deduce, ovviamente, per il moto di un punto materiale intorno al Sole, la relazione $r^2 d\varphi/dt = \text{cost.}$

5. Per i casi esaminati, che si presentano come i più interessanti, si può affermare che quando si tratti di moti lenti intorno al Sole (cioè quando siano piccoli i rapporti delle velocità dei punti materiali alla velocità della luce) valgono, almeno in via approssimativa, le tre leggi di Kepler. Queste, nei casi esaminati, possono ritenersi valide, a meno di quantità trascurabili, per il moto dei pianeti.

Matematica. — *Nuova condizione necessaria per un estremo di un integrale doppio.* Nota II di MAURO PICONE, presentata dal Socio L. BIANCHI.

In questa Nota dimostrerò il *Teorema A* enunciato al n. 2 della precedente, e avrò anche occasione di fare qualche osservazione concernente quel teorema e qualche altra concernente la teoria dei problemi dei valori al contorno per le equazioni lineari autoaggiunte, del tipo ellittico, alle derivate parziali del second'ordine.

1. Si abbia l'espressione, lineare autoaggiunta alle derivate parziali,

$$L(u) \equiv \frac{\partial}{\partial x} \left(R_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + R_{12} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(R_{12} \frac{\partial u}{\partial x} + R_{22} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + Bu.$$

ove le funzioni R_{11} , R_{12} , R_{22} , B , con le derivate parziali del primo ordine per le R_{11} , R_{12} , R_{22} , sono finite e continue nel dominio D considerato al n. 1 della Nota I, e soddisfano ivi alle limitazioni

$$R_{11}(x, y) > 0, \quad R_{11}(x, y) R_{22}(x, y) - R_{12}^2(x, y) > 0, \quad B(x, y) \leq 0.$$

Nel caso particolare che il dominio D sia semplicemente connesso e che ivi risulti $R_{11} \equiv R_{22}$, $R_{12} \equiv 0$, $B \equiv 0$, Hilbert ⁽¹⁾ ha dimostrato l'esistenza della funzione di Green relativa all'espressione $L(u)$ e alla condizione al contorno $u(x, y)$ su $C = 0$. Ora è possibile estendere il procedimento seguito da Hilbert, per dimostrare tale esistenza, anche nelle ipotesi più generali che noi facciamo sulla $L(u)$ e sul dominio D . Basta solo ammettere (come

⁽¹⁾ Hilbert, *Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen* [Teubner, 1912], pp. 58-73.

appunto fa Hilbert nel caso da lui considerato) l'esistenza, per il dominio D della funzione di Green, relativa alla stessa condizione al contorno e alla espressione $\mathcal{A}u$ ⁽¹⁾.

Indicando con

$$g(xy, \xi\eta) = g_2(xy, \xi\eta) - g_1(xy, \xi\eta) \log \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2},$$

la funzione che, per ogni punto (x, y) , interno a D , rappresenta, nelle variabili ξ e η , la soluzione fondamentale dell'equazione $L(u) = 0$, nulla su C , si trova che l'indicata funzione di Green è data da

$$G(xy, \xi\eta) = \frac{1}{\pi} \frac{g(xy, \xi\eta)}{R_{11}(xy) + R_{22}(xy)},$$

ed inoltre che, se $\varphi(x, y)$ rappresenta una qualsivoglia funzione definita in D , ivi continua con le sue derivate parziali del primo ordine, ogni soluzione finita e continua in D con le sue derivate parziali dei due primi ordini delle due equazioni

$$(1) \quad L(u) + \varphi(x, y) = 0, \quad u \text{ su } C = 0,$$

è data da

$$(2) \quad u(xy) = \iint_D G(xy, \xi\eta) \varphi(\xi\eta) d\xi d\eta,$$

e, viceversa, dalla (2) segue la continuità in D di u e delle sue derivate parziali dei due primi ordini, e seguono le (1).

2. Consideriamo ora l'equazione

$$(3) \quad L(u) + \lambda Au = 0,$$

contenente il parametro λ , ove la A designa una funzione definita in D , ivi finita e continua con le sue derivate parziali del primo ordine. Sia λ_n un autovalore di λ relativo alla condizione al contorno $u \text{ su } C = 0$, e sia u_n l'autosoluzione corrispondente, la quale potrà dipendere, linearmente ed omogeneamente, da parecchie costanti arbitrarie ⁽²⁾. Questi autovalori danno tutti e soli gli zeri della funzione $\mathcal{A}(\lambda)$, intera in λ , esprimente il deter-

(1) Senza far questa ipotesi, introducendo però altre ipotesi qualitative, più restrittive per il contorno di D e per i coefficienti di $L(u)$, si perviene facilmente all'esistenza della indicata funzione di Green, anche con i procedimenti di E. E. Levi, da lui dati nella Memoria *I problemi dei valori al contorno per le equazioni lineari totalmente ellittiche alle derivate parziali*. (Memorie della Società italiana delle scienze, tom. XVI, serie 3^a), pp. 61-70.

(2) È ben nota l'esistenza di un'infinità di autovalori. Essi sono tutti reali ed hanno il punto ∞ per unico punto limite. All'esistenza ed al calcolo degli autovalori e delle autosoluzioni si perviene anche mediante una facile estensione dei procedimenti da me dati nella mia *Tesi d'abilitazione* (citata nella Nota I) ai n. 29, 30 e 31.

minante dell'equazione integrale di Fredholm

$$(4) \quad u(xy) = \lambda \int_D G(xy, \xi\eta) A(\xi\eta) u(\xi\eta) d\xi d\eta,$$

cioè gli autovalori λ_n sono tutti e soli gli autovalori di λ per questa equazione. Le autosoluzioni della (3) danno tutte e sole le autosoluzioni della (4)

Dalla (3) e dalla u_n su $C = 0$, si deduce

$$(5) \quad \lambda_n \int_D A u_n^2 dx dy = \int_D \left[R_{11} \left(\frac{\partial u_n}{\partial x} \right)^2 + 2 R_{12} \frac{\partial u_n}{\partial x} \frac{\partial u_n}{\partial y} + \right. \\ \left. + R_{22} \left(\frac{\partial u_n}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy - \int_D B u_n^2 dx dy,$$

e quindi, per $\lambda_n > 0$,

$$(6) \quad \int_D A u_n^2 dx dy > 0.$$

3. Per dimostrare il *Teorema A*, dovremo considerare la $L(u)$ nel caso particolare $B \equiv 0$. Sia $z = z_0(x, y)$ l'estremale per l'integrale $J(z)$, a cui si riferiscono le funzioni $R_{11}, R_{12}, R_{22}, A$. Per ogni autosoluzione u_n , si può determinare un numero positivo ϱ_n tale che, per $|\varepsilon| < \varrho_n$, la superficie $z = z_0 + \varepsilon u_n$ appartenga all'insieme S e, di più, la differenza $J(z_0 + \varepsilon u_n) - J(z_0)$ abbia il segno di

$$I(u_n) \equiv \int_D \left[R_{11} \left(\frac{\partial u_n}{\partial x} \right)^2 + 2 R_{12} \frac{\partial u_n}{\partial x} \frac{\partial u_n}{\partial y} + \right. \\ \left. + R_{22} \left(\frac{\partial u_n}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy - \int_D A u_n^2 dx dy.$$

Supposta non soddisfatta la condizione espressa dal *Teorema A*, indichiamo con $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_k$ gli autovalori di λ interni all'intervallo $(0, 1)$; si avrà allora, in forza delle (5) e (6), $I(u_n) < 0$, per $n = 0, 1, \dots, k$, e quindi,

$$\text{per } |\varepsilon| < \varrho_n, \quad J(z_0 + \varepsilon u_n) - J(z_0) < 0 \quad (n = 0, 1, \dots, k).$$

La superficie $z = z_0(x, y)$ non potrà dunque fornire un minimo, nell'insieme S , per l'integrale $J(z)$.

4. Poichè le funzioni z_0 e $z_0 + \varepsilon u_n$ risultano in D finite e continue con le loro derivate dei primi due ordini, possiamo osservare che:

La condizione, espressa dal Teorema A, per un minimo dell'integrale $J(z)$, è necessaria anche se il minimo deve aver luogo solamente per quella porzione dell'insieme S , costituita dalle superficie $z = z(x, y)$, per le quali le funzioni $z(x, y)$ sono in D finite e continue con le loro derivate parziali dei primi due ordini.

5. Domandiamo, ora, in primo luogo, la condizione necessaria, espressa dal *Teorema A*, è forse equivalente a quella data dal Sommerfeld (loc. cit. nella Nota I)? Tale equivalenza si riscontra nel caso particolare che D si riduca ad un rettangolo o ad un cerchio e che in D sia $R_{12} \equiv 0$, $R_{11} \equiv R_{22} \equiv 1$, $A(x, y) \equiv k^2$, con k costante. Il rispondere ora, in tutta generalità, alla domanda posta, appare assai difficile. Occorrerebbe possedere — ciò che avrebbe, anche per di sè, un grandissimo interesse — più precise nozioni sulle linee di D , luogo, per i varî valori di λ , dei punti di zero delle soluzioni della (3).

Domandiamo, in secondo luogo, per un minimo debole dell'integrale $J(\lambda)$ è sufficiente la condizione espressa dal *Teorema B* enunciato in principio della Nota I? È sufficiente, cioè, che la funzione intiera $A(\lambda)$ si conservi sempre diversa da zero, in tutto l'intervallo $(0, 1)$? Per rispondere affermativamente basterebbe dimostrare che, soddisfatta questa condizione, se cioè $A(\lambda) > 0$ per $0 \leq \lambda \leq 1$, l'equazione $L(u) + Au = 0$ possiede una soluzione sempre diversa da zero in tutto D . Di ciò mi propongo di trattare in una Nota futura.

Matematica. — *Sulle successioni di funzioni assolutamente continue, convergenti in media.* Nota di CARLO SEVERINI, presentata dal Corrispondente O. TEDONE.

Mi propongo d'indicare in questa Nota un criterio notevole per riconoscere la convergenza uniforme di una successione, convergente in media, i cui termini siano funzioni assolutamente continue, aventi derivate sommabili insieme coi loro quadrati. Il criterio ha particolare importanza per lo studio delle serie di funzioni ortogonali e normali, soddisfacenti alle condizioni ora dette.

1. Le funzioni:

$$(1) \quad f_n(x) \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

definite in un intervallo finito (a, b) ($a < b$), siano ivi assolutamente continue, abbiano le derivate sommabili insieme coi loro quadrati, e costituiscano una successione convergente in media, rispetto ad una funzione caratteristica $p(x)$ misurabile, limitata, avente un limite inferiore l maggiore di zero, tale cioè da avere, essendo p un numero intero positivo qualsivoglia, indipendente da n :

$$(2) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b p(x) \left[f_n(x) - f_{n+p}(x) \right]^2 dx = 0.$$

Sussiste allora il seguente teorema, che contiene il criterio dianzi accennato.

La successione (1) converge uniformemente nell'intervallo (a, b) ad una funzione limite continua $f(x)$, se:

$$\lim_{n=\infty} \left\{ \int_a^b p(x) \left[f_n(x) - f_{n+p}(x) \right]^2 dx \cdot \int_a^b \left[f'_n(x) - f'_{n+p}(x) \right]^2 dx \right\} = 0;$$

in particolare se risulta, qualunque siano n e p :

$$\int_a^b \left[f'_n(x) - f'_{n+p}(x) \right]^2 dx \leq C \quad (C \text{ costante}).$$

Essendo x' un punto qualunque di (a, b) , si può infatti scrivere:

$$\begin{aligned} \left[f_n(x) - f_{n+p}(x) \right]^2 &= \left[f_n(x') - f_{n+p}(x') \right]^2 + \\ &+ 2 \int_{x'}^x \left[f_n(\xi) - f_{n+p}(\xi) \right] \left[f'_n(\xi) - f'_{n+p}(\xi) \right] d\xi, \end{aligned}$$

e quindi per la disuguaglianza di Schwarz:

$$\begin{aligned} \left[f_n(x) - f_{n+p}(x) \right]^2 &\leq \left[f_n(x') - f_{n+p}(x') \right]^2 + \\ &+ 2 \sqrt{\int_{x'}^x \left[f_n(\xi) - f_{n+p}(\xi) \right]^2 d\xi \cdot \int_{x'}^x \left[f'_n(\xi) - f'_{n+p}(\xi) \right]^2 d\xi}, \end{aligned}$$

ed a maggior ragione:

$$\begin{aligned} \left[f_n(x) - f_{n+p}(x) \right]^2 &\leq \left[f_n(x') - f_{n+p}(x') \right]^2 + \\ &+ \frac{2}{\sqrt{l}} \sqrt{\int_a^b p(\xi) \left[f_n(\xi) - f_{n+p}(\xi) \right]^2 d\xi \cdot \int_a^b \left[f'_n(\xi) - f'_{n+p}(\xi) \right]^2 d\xi}. \end{aligned}$$

Poichè è lecito supporre che sia x' un punto di minimo assoluto per la funzione $\left[f_n(x) - f_{n+p}(x) \right]^2$, risulta ancora:

$$\begin{aligned} \left[f_n(x) - f_{n+p}(x) \right]^2 &\leq \frac{1}{(b-a)l} \int_a^b p(\xi) \left[f_n(\xi) - f_{n+p}(\xi) \right]^2 d\xi + \\ &+ \frac{2}{\sqrt{l}} \sqrt{\int_a^b p(\xi) \left[f_n(\xi) - f_{n+p}(\xi) \right]^2 d\xi \cdot \int_a^b \left[f'_n(\xi) - f'_{n+p}(\xi) \right]^2 d\xi}. \end{aligned}$$

Questa disuguaglianza sussiste, qualunque siano n, p ed x in (a, b) , e serve senz'altro, a causa della (2), a provare che, nelle dette ipotesi, la (1) converge ivi uniformemente.

2. Si consideri ora una successione infinita di funzioni assolutamente continue, aventi derivate sommabili insieme coi loro quadrati nell'intervallo (a, b) :

$$V_k(x) \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

le quali siano ortogonali e normali rispetto alla funzione caratteristica $p(x)$, tali cioè che si abbia:

$$\int_a^b p(x) V_h(x) V_k(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{se } h \neq k \\ 1 & \text{se } h = k. \end{cases}$$

Si consideri inoltre una successione infinita di costanti reali:

$$A_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

soggette alla sola condizione, che converga la serie dei loro quadrati:

$$\sum_0^\infty A_k^2.$$

Poichè la successione:

$$(3) \quad S_n(x) = \sum_0^n A_k V_k(x) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

risulta convergente in media, rispetto alla funzione caratteristica $p(x)$, essendo:

$$\begin{aligned} & \int_a^b p(x) \left[S_n(x) - S_{n+p}(x) \right]^2 dx = \\ & = \int_a^b p(x) \left[\sum_{k=n+1}^{n+p} A_k V_k(x) \right]^2 dx = \sum_{k=n+1}^{n+p} A_k^2, \end{aligned}$$

può applicarsi alla (3) il precedente teorema, e se ne deduce senz'altro che la serie

$$\sum_0^\infty A_k V_k(x)$$

converge uniformemente nell'intervallo (a, b) , se:

$$\lim_{n=\infty} \left\{ \left(\sum_{k=n+1}^{n+p} A_k^2 \right) \cdot \int_a^b \left[\sum_{k=n+1}^{n+p} A_k V_k(x) \right]^2 dx \right\} = 0;$$

in particolare se, qualunque siano n e p , risulta:

$$\int_a^b \left[\sum_{k=n+1}^{n+p} A_k V_k(x) \right]^2 dx \leq C \quad (C \text{ costante}).$$

3. Vari problemi di fisica matematica si riducono alla determinazione, in un intervallo (a, b) , di funzioni:

$$U_k(x) \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

soddisfacenti ad equazioni della forma:

$$(4) \quad U_k'(x) + [\lambda_k q(x) - r(x)] u_k(x) = 0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

ed a condizioni ai limiti, espresse da relazioni del tipo:

$$(5) \quad \begin{cases} a_1 U_k(a) + a_2 U'_k(a) + a_3 U_k(b) + a_4 U'_k(b) = 0 \\ b_1 U_k(a) + b_2 U'_k(a) + b_3 U_k(b) + b_4 U'_k(b) = 0 \end{cases} \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

ove $q(x)$ ed $r(x)$ sono due funzioni note, continue, di cui la prima è anche maggiore di zero in ogni punto di (a, b) ; λ_k è un parametro indeterminato, ed

$$a_s, b_s \quad (s = 1, 2, 3, 4)$$

sono costanti assegnate, per le quali si ha:

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = a_3 b_4 - a_4 b_3.$$

È noto ⁽¹⁾ che esistono infiniti valori reali del parametro λ_k (*numeri caratteristici*), per ciascuno dei quali l'equazione (4) ammette uno o più integrali, in numero finito, linearmente indipendenti (*funzioni fondamentali*), che soddisfano alle (5), e di cui due qualsivogliano, corrispondenti a numeri caratteristici diversi, sono fra loro ortogonali rispetto alla funzione caratteristica $q(x)$.

Mediante il metodo di ortogonalizzazione si può allora assegnare una successione di numeri caratteristici:

$$\lambda_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

disposti per moduli non decrescenti, intendendosi ogni numero caratteristico ripetuto tante volte, quante sono le funzioni fondamentali, linearmente indipendenti ad esso relative, ed una corrispondente successione di tali funzioni:

$$(6) \quad W_k(x) \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

ortogonali e normali rispetto alla stessa funzione caratteristica $q(x)$.

Poichè il sistema delle (6) risulta chiuso ⁽²⁾, il problema della rappresentazione di una funzione $f(x)$, sommabile insieme col suo quadrato in (a, b) , mediante la serie:

$$(7) \quad \sum_0^\infty B_k W_k(x), \quad B_k = \int_a^b q(x) f(x) W_k(x) dx,$$

si riduce ⁽³⁾ alla ricerca delle condizioni, sotto le quali questa serie con-

⁽¹⁾ Cfr. W. Stekloff: *Sur certaines questions d'Analyse, qui se rattachent à plusieurs problèmes de la Physique Mathématique* [Mémoires de l'Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg, VIII série, classe physico-mathématique, vol. XXXI, n. 7 (1918)].

⁽²⁾ Cfr. Stekloff, l. c. (1), Chap. II, n. 11.

⁽³⁾ Cfr. C. Severini: *Sopra gli sviluppi in serie di funzioni ortogonali* [Atti dell'Accademia Gioenia di Catania, serie V, vol. III, (1910), Memoria XI].

verge ivi quasi dappertutto, fatta cioè al più eccezione per i punti di un insieme di misura nulla. In tale ricerca torna utile, come mi propongo di far vedere in un'altra Nota, il teorema del § 2. Per mezzo di questo teorema si arriva infatti a dimostrare che la (7) converge uniformemente nell'intervallo (a, b) , se:

$$\lim_{n=\infty} \left[\left(\sum_{k=1}^{n+p} B_k^2 \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^{n+p} A_k B_k^2 \right) \right] = 0;$$

in particolare se risulta, qualunque sia n :

$$\left| \sum_{k=1}^n A_k B_k^2 \right| \leq C \quad (C \text{ costante}).$$

Relatività. — *Sopra i fenomeni che avvengono in vicinanza di una linea oraria.* Nota III di ENRICO FERMI, presentata dal Corrispondente G. ARMELLINI.

§ 4. Per mostrare l'applicazione dei risultati precedenti alla teoria della relatività, supporremo che V_n sia la V_4 spazio-tempo e che L sia una linea oraria, in vicinanza della quale ci proponiamo di studiare i fenomeni. Ponendo per brevità in (5) $ds_M = ds$, si trova in questo caso:

$$ds^2 = (1 + C \times M - P)^2 ds_P^2 + d\bar{y}_1^2 + d\bar{y}_2^2 + d\bar{y}_3^2.$$

Per evitare la comparsa di immaginari e ristabilire l'omogeneità, conviene fare la seguente sostituzione di variabili:

$$s_P = vt; \bar{y}_1 = ix; \bar{y}_2 = iy; \bar{y}_3 = iz,$$

essendo v una costante con le dimensioni di una velocità, per modo che t abbia le dimensioni di un tempo. Si ottiene, così,

$$(9) \quad ds^2 = a dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

dove

$$(10) \quad a = v^2(1 + C \times M - P)^2.$$

Da ora in avanti, con gli ordinari simboli del calcolo vettoriale intenderemo riferirci allo spazio x, y, z . Ed è in questo senso che si può intendere il prodotto scalare che figura in (10), purchè per C si intenda il vettore avente per componenti le componenti covarianti della curvatura geodetica della linea $x=y=z=0$ e con $M-P$ il vettore di componenti x, y, z . Chiameremo x, y, z coordinate di spazio e t tempo. Per uniformità scriveremo talvolta x_0, x_1, x_2, x_3 al posto di t, x, y, z e chiameremo anche g_{ik} i coefficienti della forma quadratica (9).

§ 5. Sia ⁽¹⁾ F_{ik} il campo elettromagnetico e $(\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ il tensore di primo ordine « potenziale » di F_{ik} , in modo che sia $F_{ik} = \varphi_{ik} - \varphi_{ki}$. Poniamo $\varphi_0 = \varphi$ e chiamiamo u il vettore di componenti $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Si avrà intanto:

$$\begin{pmatrix} F_{01} \\ F_{02} \\ F_{03} \end{pmatrix} = \text{grad } \varphi - \frac{\partial u}{\partial t}; \begin{pmatrix} F_{23} \\ F_{31} \\ F_{12} \end{pmatrix} = -\text{rot } u, \quad F_{ii} = 0, \quad F_{ik} = -F_{ki},$$

parimenti

$$\begin{pmatrix} F^{01} \\ F^{02} \\ F^{03} \end{pmatrix} = \frac{1}{a} \left(-\text{grad } \varphi + \frac{\partial u}{\partial t} \right), \begin{pmatrix} F^{(23)} \\ F^{(31)} \\ F^{(12)} \end{pmatrix} = -\text{rot } u, \quad F^{(ii)} = 0, \quad F^{(ik)} = -F^{(ki)}$$

e quindi

$$\frac{1}{4} \sum_{ik} F_{ik} F^{(ik)} = \frac{1}{2} \left\{ \text{rot}^2 u - \frac{1}{a} \left(\text{grad } \varphi - \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \right\},$$

Sia $d\omega$ l'elemento di ipervolume di V_4 . Avremo

$$d\omega = \sqrt{-\|g_{ik}\|} dx_0 dx_1 dx_2 dx_3 = \sqrt{a} dt d\tau$$

dove $d\tau = dx dy dz$ è l'elemento di volume dello spazio.

Si ha anche:

$$\sum \varphi_i dx_i = \varphi dt + u dM \quad dM = (dx, dy, dz).$$

Prescindendo dall'azione del campo metrico, la cui variazione è nulla perchè lo riguardiamo come dato *a priori* dalla (9), l'azione prenderà la seguente forma:

$$W = \frac{1}{4} \int_{\omega} \sum_{ik} F_{ik} F^{(ik)} d\omega + \int_e de \int_t \sum_i \varphi_i dx_i + \int_m dm \int ds$$

(de = elemento di carica elettrica)
(dm = elemento di massa)

Introducendo le notazioni indicate, si trova

$$(11) \quad W = \frac{1}{2} \iint \left\{ \text{rot}^2 u - \frac{1}{2} \left(\text{grad } \varphi - \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \right\} \sqrt{a} dt d\tau +$$

$$+ \iint \left(\varphi + u \times V_L \right) \varrho d\tau dt + \iint \sqrt{a - V_M^2} k d\tau dt,$$

dove ϱ, k sono rispettiv. le densità di elettricità e di materia, per modo che $de = \varrho d\tau, dm = k d\tau$, V_L è la velocità delle cariche elettriche, V_M quella delle masse.

Gli integrali del secondo membro possono estendersi ad un campo arbitrario τ tra due tempi qualunque t_1, t_2 . Si ha poi il vincolo che sul contorno del campo τ , e per i due tempi t_1, t_2 , siano nulle tutte le variazioni.

(¹) Per le notazioni e per la deduzione Hamiltoniana delle leggi della fisica, vedi Weyl., op. cit., pp. 186 e 208.

All'infuori di queste condizioni, le variazioni di φ e di u sono completamente arbitrarie. Per contro, alle variazioni di x, y, z , considerate come coordinate di un elemento di carica o di massa, possono essere imposte ulteriori condizioni, traducenti i vincoli del particolare problema che si sta studiando. Scrivendo intanto che è nullo dw per una variazione qualunque $\delta\varphi$ di φ , si trova

$$0 = - \iiint \left(\text{grad } \varphi - \frac{\partial u}{\partial t} \right) \times \delta \text{grad } \varphi \frac{dt d\tau}{\sqrt{a}} + \iint \delta \varphi \varrho dt d\tau.$$

trasformando il primo integrale con opportuna applicazione del teorema di Gauss, e tenendo presente che $\delta\varphi$ si annulla sul contorno, troviamo

$$0 = \iint \delta \varphi \left\{ \varrho + \text{div} \left[\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\text{grad } \varphi - \frac{\partial u}{\partial t} \right) \right] \right\} dt d\tau$$

e, siccome $\delta\varphi$ è arbitrario, abbiamo intanto l'equazione

$$(12) \quad \varrho + \text{div} \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\text{grad } \varphi - \frac{\partial u}{\partial t} \right) \right] \right\} = 0.$$

In modo analogo, facendo variare u , si trova

$$(13) \quad \varrho V_L + \text{rot} (\sqrt{a} \text{rot } u) - \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{\sqrt{a}} \left(\text{grad } \varphi - \frac{\partial u}{\partial t} \right) \right] = 0.$$

Queste due ultime equazioni permettono di determinare il campo elettro-magnetico, una volta assegnate le cariche ed il loro movimento.

Un altro gruppo di equazioni si può ottenere facendo variare in W le traiettorie delle cariche e delle masse. Siano δP_M la variazione della traiettoria delle masse, δP_L quella delle cariche. Indichiamo inoltre, essendo u un vettore funzione di punto e V un vettore, con $\frac{\partial u}{\partial P}(V)$ il vettore di componenti $\frac{\partial u_x}{\partial x} V_x + \frac{\partial u_y}{\partial y} V_y + \frac{\partial u_z}{\partial z} V_z$ ed analoghe. Scrivendo che è nulla la variazione di W , si trova allora, coi soliti artifici:

$$(14) \quad \iint \left(\delta P_L \times \text{grad } \varphi - \delta P_L + \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial P}(V_L) \right) + V_L \times \frac{\partial u}{\partial P}(\delta P_L) \right) \varrho dt d\tau + \\ + \iint \delta P_M \times \left\{ \frac{dt}{ds} \frac{\text{grad } a}{2} + \frac{d}{dt} \left(\frac{dt}{ds} V_M \right) \right\} k dt d\tau = 0.$$

Se i δP ad un tempo non dipendono da i loro valori, per altri tempi dovrà essere nullo in (14) il coefficiente di dt . Si trova così:

$$(15) \quad \int \left\{ \delta P_L \times \text{grad } \varphi - \delta P_L \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial P}(V_L) \right] + V_L \times \frac{\partial u}{\partial P}(\delta P_L) \right\} \varrho d\tau + \\ + \int \delta P_M \times \left\{ \frac{1}{2} \frac{dt}{ds} \text{grad } a + \frac{d}{dt} \left(\frac{dt}{ds} V_M \right) \right\} k d\tau$$

che deve essere verificata per tutti i sistemi di δP soddisfacenti ai vincoli.

Fisica terrestre. — *I pseudo-terremoti nel Vulcano Laziale.*
Nota di G. AGAMENNONE, presentata dal Socio V. CERULLI.

Alle cause di disturbo del R. Osservatorio Geodinamico di Rocca di Papa, accennate in una mia Nota precedente ⁽¹⁾, devo aggiungerne un'altra non meno importante e, cioè, la natura del terreno. È ben noto essere un vulcano costituito di strati inclinati di ceneri, lapilli, bombe e di colate di lava e di fango che si sovrappongono con alternazione e spesso risultano spezzate, scompaginate e rimaneggiate in seguito a franamenti od a formazioni di crateri secondari. Inoltre, gli strati friabili di cenere e lapillo possono racchiudere massi anche enormi di lava, lanciati attraverso la gola del vulcano dalla forza espansiva dei gas e del vapor acqueo. Da ciò si comprende come la sovrapposizione d'un materiale così eterogeneo, e talora caotico con varie inclinazioni, costituisca un insieme di problematica stabilità, insidiata più facilmente dalla degradazione meteorica e dalla circolazione delle acque sotterranee.

All'Osservatorio di Rocca di Papa, che sorge appunto sul labbro craterico dello spento Vulcano Laziale, si risentono spesso le conseguenze dell'instabilità del suolo sotto forma di piccoli scuotimenti che ci lasciano perplessi sulla loro origine e sulla vera posizione del loro epicentro. Così, in occasione di lievissime perturbazioni ivi registrate il 25 e 29 aprile 1897, l'assistente di quel tempo, dott. A. Cancani, faceva rilevare che le medesime stavano in relazione con minime scosse sentite da qualcuno nel sottostante paese, e tuttavia non indicate dai più sensibili sismoscopi; e che anzi si doveva ritenere che passassero inosservate agli strumenti alcune scossette, avvertite in varî punti del paese, o per insufficienza degli apparati allora posseduti, o perchè gli ammassi poco coerenti di lapillo, che separano i grandi blocchi di lava basaltina, spegnevano le vibrazioni del suolo. Aggiungeva essere cosa evidentissima che l'origine di tutte queste scosse, eminentemente localizzate e superficiali, dovesse risiedere nell'assestarsi di quando in quando dei massi isolati di lava che si trovavano in una posizione d'equilibrio instabile.

I dannosi effetti di questa causa disturbatrice si sono naturalmente accresciuti dopo che, a partire dal 1900, ho cercato di porre in azione strumenti sempre più delicati, in grazia de' quali non s'è dato più il caso che

⁽¹⁾ *I terremoti mondiali del 1916 e l'Osservatorio di Rocca di Papa* (Rend. della R. Acc. dei Lincei; seduta del 6 marzo 1921).

gli abitanti di Rocca di Papa abbiano percepite minime scosse, senza che venissero registrate in quell'Osservatorio. Numerose sono le perturbazioni lievissime e brevissime indicate dai più sensibili strumenti, talora coincidenti con vere scosse, segnalate lievemente nei vicini paesi e delle quali si ha generalmente notizia nei giornali quotidiani di Roma, talvolta in corrispondenza di frane palesi più o meno vicine, più spesso dovute ad altre frane subaeree, ma rimaste sconosciute, oppure a piccoli cedimenti superficiali del terreno o assestamenti di strati sotterranei, senza che ne apparisca traccia alcuna all'esterno. Ecco alcune delle frane più notevoli:

Il 7 dicembre 1901 sprofondò uno strato di lapilli, sovrastante ad una grotta in esso scavata; ed il materiale di c. 10 m³., caduto da un'altezza di 6-7 m., scosse sensibilmente il suolo per un raggio di c. 100 m. e perturbò vari strumenti all'Osservatorio, distante un 200 m. — Il 21 marzo 1909 una ragguardevole frana cadde sulla strada provinciale presso Marino a quasi 4 km. dall'Osservatorio di Rocca di Papa, i cui strumenti provarono una sensibile perturbazione che lì per lì sembrò dovuta ad un vero terremoto, sebbene non si trattasse che di c. 1000 m³. di materiale vulcanico caduto da un'altezza di soli 10 m.! — Sopra un'altra frana ben più modesta, avvenuta nei pressi dell'Osservatorio un paio di anni dopo, mi dilungo alquanto perchè spiega quella che si è manifestata nello stesso punto pochi giorni or sono e che ha messo tanto a rumore i giornali della Capitale.

Quando fu fondato l'Osservatorio sopra una rupe quasi a picco e poco sotto la distrutta Fortezza medioevale che domina Rocca di Papa, venne costruito un muraglione a sostegno della nuova via che facilitava l'accesso all'Osservatorio, costeggiando una piccola colata di lava. Quest'ultima, che si trova sovrapposta ad uno strato di lapilli a rapido pendio, s'è spezzata in molti blocchi, l'uno addossato all'altro, sia per lo stiramento causato dal forte declivio, sia per il conseguente raffreddamento. Lo strato di lapilli sottostante è andato col tempo sfaldandosi per la continua degradazione meteorica fino al punto che uno dei blocchi di c. 2-3 m³., scalzato alla sua base e in strapiombo, cadde il 26 settembre 1911 da un'altezza di 4-5 m. e poi ruzzolò in mezzo alla via, perturbando sensibilmente gli strumenti dell'Osservatorio a circa 50 m. di distanza in senso orizzontale e 30 m. in senso verticale. Poco più in su, la resistenza di questo stesso strato di lapilli è stata compromessa dall'escavazione nel medesimo di tre ampie grotte, a pochi metri di distanza l'una dall'altra; e già nel passato autunno s'era reso ben visibile un lieve distacco tra due dei sovraincombenti massi di lava, quando crebbe in modo sensibile la mattina del 27 del passato mese, evidentemente in seguito ad una nuova posizione di riposo assunta dagli stessi. Conseguenza di questa brusca inclinazione dei blocchi fu la caduta, da un'altezza di c. 4 m., di un pezzo di roccia di c. 1 m³., la quale produsse una lievissima perturbazione nei più delicati strumenti dell'Osservatorio. Non si trattava affatto d'immediato

pericolo, e se per precauzione, il Comune avesse fatto subito puntellare qualche masso maggiormente pendente, avrebbe evitato un allarme affatto ingiustificato che originò un lungo esageratissimo articolo, e oltracciò pieno d'inesattezze, d'un giornale romano dal titolo impressionante *Il paese di Rocca di Papa sotto la spaventosa minaccia di una enorme frana*.

Del resto, data la topografia del paese, ben altri franamenti potrebbero verificarsi in vari punti, o non sarebbe neppure da escludersi la possibilità che in seguito a scorrimento di strati, specialmente in occasione di qualche violento terremoto, la stessa cima della collina a ripidissimo pendio, sulla quale si aderge l'Osservatorio, precipitasse sul sottostante paese. Simili catastrofi sono tutt'altro che rare, e numerosi villaggi, arrampicati su scoscesi e franosi fianchi di monti, o accoccolati sul cucuzzolo di friabili collinette, corrose alla base da inesorabili torrenti, si trovano pur troppo sotto la continua e spaventosa minaccia d'essere distrutti (¹). Ma chi si preoccupa di tali possibilità? Per sua natura l'uomo è un grande ottimista il quale conta sopra un largo margine della Provvidenza, e tira innanzi di generazione in generazione, attraverso calamità d'ogni genere e più o meno gravi, quasi sempre causate dalla sua imprudenza e imprevidenza.

Tornando all'Osservatorio, concludo che per il progresso della sismometria, essendo indispensabile poter disporre di apparati estremamente delicati, non è certo raccomandabile che i medesimi seguitino ad essere installati sopra un suolo tanto instabile; e questa è dunque un'altra ragione che consiglia il trasferimento dell'Osservatorio di Rocca di Papa in una località più opportuna.

Fisica terrestre. — Risultati di misure attinometriche eseguite a Catania. Nota I del Prof. GIOVANNI TROVATO, presentata dal Corrispondente BEMPORAD.

Il Prof. A. Bemporad, studiando l'assorbimento della radiazione calorifica solare nell'atmosfera terrestre, e discutendo, sia le proprie osservazioni eseguite nel 1904 negli osservatori di Catania e dell'Etna (²), sia quelle eseguite nel 1896 dal Prof. K. Angström a varie altitudini nell'isola di Te-

(¹) Tra i più recenti disastri di simil genere, mi piace ricordare la gigantesca frana che il 13 aprile 1909 distrusse *Alvi*, piccola frazione di Crognaleto (Teramo). Una vasta zona di terreno di un paio di chilometri di lunghezza per un mezzo chilometro di larghezza, per effetto d'infiltrazione delle acque, slittò, per fortuna lentamente, sulla sottostante roccia dura verso un profondo burone, abbattendo e travolgendo il paese, trasformato in un ammasso di nere rovine.

(²) A. Bemporad e Mendola: *L'assorbimento selettivo delle radiazioni calorifiche dedotte dalle osservazioni eseguite negli Osservatori di Catania e dell'Etna nel settembre del 1904*. Mem. Soc. Spett. ital., Vol. XXXVI.

neriffa ⁽¹⁾, sia ancora quelle del Proff. Giovanni Platania e C. Bellia, eseguite nel 1908 sull'Etna ⁽²⁾, pervenne alla conclusione che *il coefficiente di assorbimento cresce progressivamente coll'innalzarsi del sole sull'orizzonte*. Questo risultato, come è noto, è in perfetto accordo colla teoria dell'assorbimento selettivo.

Avendo creduto non privo d'interesse l'estendere queste ricerche nelle regioni basse dell'atmosfera e per una piccola differenza di livello, nell'agosto del 1919 ho eseguito una serie di misure attinometriche, in giorni consecutivi, fra la Plaia di Catania (quasi al livello del mare) ed il R. Osservatorio Astrofisico con una differenza di livello di 62 metri circa. Ho adoperato un attinometro di Arago (coppia di termometri di cui uno a bulbo affumicato). Fra il 10 ed il 31 agosto si ottennero 15 giorni di osservazioni in condizioni favorevoli, di cui nove alla Plaia e sei all'Osservatorio, convenientemente alternati.

Le letture all'attinometro si facevano ogni mezz'ora, dalle ore 10 alle ore 16 (tempo medio), e quelle allo psicrometro tre volte al giorno: ore 11, 13, 15. I valori della intensità della radiazione solare q , osservati nelle diverse ore del giorno, sono proporzionali alla differenza di temperatura dei termometri dell'attinometro. Ho inoltre calcolato per ogni serie di osservazioni i coefficienti a, b, n , della formola di ragguaglio, proposta dal Professor A. Bemporad ⁽³⁾:

$$\log q = a - b\varepsilon^n$$

ove ε è lo strato atmosferico attraversato dai raggi. Confrontando tutti i valori di q osservati, ed i rispettivi valori di q calcolati per ogni giorno di osservazione, si può concludere quanto appresso:

1) *Il massimo valore della intensità della radiazione solare nei vari giorni di osservazione, non corrisponde, generalmente, alla massima altezza del sole, cioè al minimo valore dello strato atmosferico attraversato dai raggi, ma anticipa di circa un'ora alla Plaia, e ritarda di altrettanto all'Osservatorio.*

2) *I valori della intensità della radiazione solare, trovati alla Plaia, sono sempre più bassi di quelli trovati all'Osservatorio.*

⁽¹⁾ A. Bemporad: *L'assorbimento selettivo della radiazione solare nell'atmosfera terrestre*. Mem. Acc. Lincei, serie V, vol. 7, 1908.

⁽²⁾ A. Bemporad: *Sull'assorbimento subito dalla radiazione solare negli strati atmosferici a varie altezze sull'Etna*. Mem. Soc. Spett. ital., 1909.

⁽³⁾ A. Bemporad: *Saggio di una formola empirica per rappresentare il modo di variare della radiazione solare col variare dello spessore atmosferico attraversato dai raggi*. Rend. Acc. Lincei, Serie V, vol. XVI, 1907.

POMERIGGIO

$$\log q = 1,3095 - 0,2280 \varepsilon^{0,8}$$

POMERIGGIO

Ora	z apparen.	ε	q osserv.	q calcolato	Δq oss.-calc.
10	36° 81	1,248	12,85		
10,30	32,86	1,183	13,12		
11	28,81	1,141	13,43		
11,30	26,49	1,117	13,78		
CONDIZIONI METEORICHE					
		11 ^h	13 ^h	15 ^h	
Termom. asciutto		30,1	29,0	30,2	
Termom. bagnato		19,6	21,6	22,0	
Tensità del vapore		10,53	14,63	14,61	
Umidità relativa		33	49	46	
Intensità del vento		leggeris.	leggeris.	leggeris.	

Giornata caldissima ed afosa
quasi senza vento

25 Agosto — PLAIA.

MATTINO

POMERIGGIO

Ora	z apparen.	s	q osserv.	q calcolato	Δq oss.-calc.	Ora	z apparen.	s	q osserv.	q calcolato	Δq oss.-calc.
10	37°,41	1,257	10,82*	10,82	0	12,30	27,44	1,126	11,96	11,97	— 0,01
10,30	33,01	1,191	11,19	11,25	— 0,06	13	29,94	1,153	11,85*	11,85	0
11	29,48	1,148	11,57*	11,57	0	13,30	33,64	1,200	11,65	11,67	— 0,02
11,30	27,19	1,124	11,62	11,73	— 0,11	14	38,14	1,269	11,40*	11,40	0
12	26,47	1,117	11,79*	11,79	0	14,30	43,22	1,371	11,00	10,98	+ 0,02
$\log q = 1,3696 - 0,2670 s$						15	48,67	1,512	10,51	10,41	+ 0,10
CONDIZIONI METEORICHE						15,30	54,34	1,712	9,46	9,57	— 0,11
						16	60,20	2,007	8,35*	8,35	0

$$\log q = 1,1711 - 0,0762 s^{1,7}$$

	11 ^h	13 ^h	15 ^h
Termom. asciutto	27,0	27,0	27,3
Termom. bagnato	21,6	22,5	23,4
Tensione del vapore	15,86	17,49	19,0
Umidità relativa	60	66	70
Intensità del vento	leggero	leggero	leggero

Chimica. — *L'analisi termica del sistema $Tl_2O-B_2O_3$* ⁽¹⁾.

Nota di G. CANNERI e R. MORELLI, presentata dal Corrispondente G. PELLIZZARI.

Lo studio dei borati del tallio fu intrapreso per la prima volta da H. Buctala [I. Pr. 88, 771 (1913)] il quale preparò una serie numerosa di poliborati tallosi (non pare possibile l'esistenza di composti stabili tra acido borico e l'ossido tallico), per cristallizzazione di soluzioni contenenti carbonato talloso e acido borico in rapporti variabili. Talvolta, facendo avvenire la reazione per via ignea e cristallizzando frazionatamente il prodotto della fusione, l'autore pervenne a stabilire che il composto più ricco rispetto all'ossido metallico ottenibile in soluzione è il tetraborato talloso dalla formula: $Tl_2B_4O_7$.

Solo modificando le condizioni di esperienza avremmo potuto estendere lo studio ad un campo più vasto di concentrazioni tra acido borico e ossido talloso. Per questo abbiamo eseguito l'analisi termica del sistema.

L'anidride borica che ci servì alla ricerca fu mantenuta fusa per lungo tempo a circa 1300° fino a che la schiuma era completamente allontanata,

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica inorganica e chimica fisica del R. Istituto di studi superiori. Firenze, ottobre 1921.

poi versata su lastra metallica, rapidamente spezzata e posta in essiccatore. Assieme a questa veniva fuso non l'ossido, ma il carbonato talloso e ciò per la difficoltà di ottenere il Tl_2O esente da Tl_2O_3 . Il carbonato fu ottenuto purissimo per doppio scambio tra $BaCO_3$ e Tl_2SO_4 .

Abbiamo adoperato in tutte le esperienze pesi uguali di miscugli e le concentrazioni sono state variate tenendo costante un equivalente di anidride borica e aumentando gradatamente la quantità in equivalenti di ossido talloso. Le miscele polverizzate finemente e intimamente mescolate erano fuse in crogiuolo di platino in un forno elettrico a resistenza di nichel. Il raffreddamento, sempre molto lentamente, si faceva compiere entro lo stesso forno dopo avere mantenuta la massa fusa per un certo tempo a temperatura superiore a quella di fusione.

Per la misura delle temperature ci siamo serviti di una coppia termoelettrica Pt — Pt + Rh la cui saldatura era immersa nel bagno fuso senza alcun rivestimento. I due fili del termoelemento erano tenuti separati tra loro da un tubo sottile di terra refrattaria e le loro estremità erano congiunte per mezzo di serrafili, mantenuti alla temperatura del ghiaccio fondente, con grossi fili di rame uniti ad un millivoltmetro Weston tarato.

I risultati ottenuti sono riassunti nella tabella seguente:

Conc. in equiv. di Tl_2O per 1 equiv. di B_2O_3	Temperatura di inizio della cristallizzazione	Durata in secondi della cristallizzazione	Temperature eutettiche	Durata d'arresto in se- condi della separa- zione eutettica.
0.05	—	—	—	—
0.25	—	—	—	—
0.27	446°	240	—	—
0.30	466	270	—	—
0.33	472	420	—	—
0.45	448	210	410°	90
0.50	440	180	410	180
0.55	426	120	410	240
0.60	—	—	410	300
0.62	430	210	410	240
0.666	434	270	—	—
0.70	434	180	—	—
0.80	420	120	358	—
0.85	414	90	358	90
0.90	400	90	358	120
0.95	388	60	358	180
0.98	—	—	358	270
1.00	370	360	—	—
1.10	350	300	—	—

Fino alla concentrazione di 0.27 equiv. di Tl_2O per 1 equiv. di B_2O_3 , non fu possibile apprezzare alcuna evoluzione termica durante il raffreddamento, dato l'enorme attrito interno della massa fusa. Solo da questa concentrazione, con un raffreddamento molto più lento, si poterono osservare le deviazioni della curva con forte sopraraffreddamento. Questo fenomeno arrivò spesso a raggiungere il valore di 80° , ma l'inconveniente fu quasi sempre eliminato fondendo di nuovo incompletamente la massa e ripetendo la curva di raffreddamento.

Il diagramma, fig. 1, presenta tre punti di maximum corrispondenti a tre composti definiti. Sull'asse delle ordinate sono riportate le temperature,

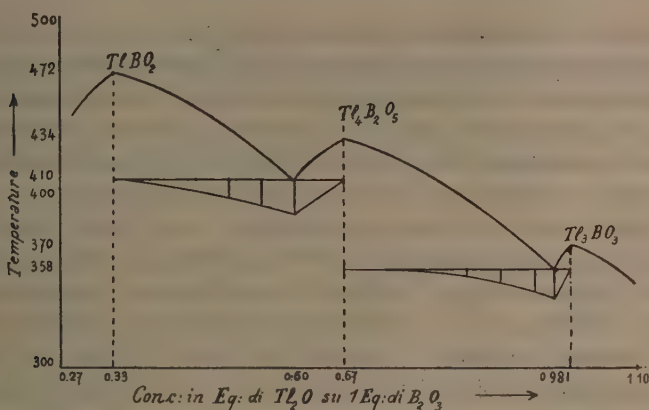


FIG. 1.

sull'asse delle ascisse le concentrazioni in ossido talloso per 1 equiv. di anidride borica. I tempi di fermata eutettica sono riportati sull'orizzontale eutettica con segmenti proporzionali alle durate di arresto.

Il punto di massimo alla concentrazione di 0.33 equiv. di Tl_2O rappresenta la composizione del metaborato talloso il cui punto di fusione corrisponde a 474° circa.

Alla concentrazione di 0.67 equiv. compare un secondo punto di massimo corrispondente alla composizione del piroborato talloso il cui punto di fusione si aggira intorno a 434° .

Infine un terzo punto di massimo si nota nel diagramma alla concentrazione del borato normale e in corrispondenza della temperatura di 370° . Data la piccola differenza di concentrazione e di temperatura tra la separazione eutettica e il massimo corrispondente al Tl_3BO_3 , si può anche essere indotti a ritenere che alla concentrazione unitaria corrisponda un punto di transizione. In tal caso si dovrebbe ammettere che il borato normale fonda decomponendosi.

Cristallografia. — *Sulle proprietà ottiche di alcune sostanze importanti nella microchimica* (1). Nota del dott. LUIGI RAITERI, presentata dal Corrispondente F. ZAMBONINI.

I metodi dell'analisi microchimica qualitativa, escogitati ed usati dapprima dai mineralisti, si vanno sempre più diffondendo, essendosi ormai da tutti riconosciuta la loro grande importanza pratica. Con quei metodi, infatti, qualora sieno esattamente impiegati, è possibile riconoscere con sicurezza la presenza di quantità minime dei più svariati elementi, cosa particolarmente utile, quando si dispone solo di poca sostanza da cimentare.

Perchè i risultati dell'analisi microchimica sieno sicuri, occorre, però, accertarsi della vera natura dei cristallini formatisi mediante il controllo delle loro proprietà ottiche. Fra queste, presentano una grande importanza gli indici di rifrazione, che si possono determinare al microscopio con sufficiente esattezza, mediante il metodo della linea di Becke. Un esempio basterà a mostrare la necessità di non trascurare questa determinazione.

È ben noto che la presenza del sodio nei silicati naturali si stabilisce soprattutto mediante la formazione dei cristallini esagonali di fluosilicato sodico, mentre il potassio dà, nelle stesse condizioni, dei cristalli cubici di fluosilicato potassico. Ma, come ha mostrato Gossner (2), questo composto possiede anche una fase esagonale, uniassica negativa come il composto di sodio, sicchè dalla formazione dei cristallini esagonali non si è autorizzati a concludere con certezza intorno alla presenza del sodio: si potrà esserne sicuri, soltanto dopo aver stabilito che gli indici di rifrazione dei cristalli ottenuti sono uguali a quelli del fluosilicato sodico.

Ora, per molti composti assai importanti nella microchimica, gli indici di rifrazione, o non sono conosciuti affatto o lo sono in modo imperfetto (3). Si tratta di un'ampia lacuna nelle nostre cognizioni: io, per consiglio del

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia della R. Università di Torino, diretto dal Prof. Ferruccio Zambonini.

(2) Gossner, Zeitschrift. für Krystall. 1904, XXXVIII, 147.

(3) Nell'ultima edizione della *Mikrochemische Analyse* di Behrens-Kley (1920) non sono indicati mai i valori numerici degli indici di rifrazione, ma sono usati, al contrario, i termini piuttosto vaghi di rifrangenza debole, forte, ecc.

prof. Zambonini, che vivamente ringrazio per l'interesse preso alle mie ricerche, ho cercato di contribuire a colmarla in piccola parte, determinando l'indice o gli indici di rifrazione di quattro sostanze assai usate in microchimica, quali: il *fluosilicato di sodio*, il *fluosilicato di potassio*, l'*uranilacetato di sodio* ed il *cloroplatinato di potassio* ⁽¹⁾.

L'indice o gli indici di rifrazione furono determinati col metodo del prisma, salvo che per il fluosilicato di potassio per il quale mi servii, invece, del metodo della linea di Becke.

I. URANILACETATO DI SODIO. $\text{Na}(\text{UO}_2)(\text{CH}_3 \cdot \text{COO})_3$. — I cristallini di questo sale si usano, come è noto, nella ricerca microchimica del sodio e dell'uranio.

Io ho preparato nitidi cristallini, che raggiungevano anche 3,5 mm. nella loro maggiore dimensione. Generalmente presentavano la combinazione dei due tetraedri $\{111\}$ e $\{1\bar{1}1\}$, qualche volta con alcune piccole faccette di $\{110\}$.

Ho determinato l'indice di rifrazione per le luci del litio, del sodio e del tallio, ottenendo i risultati seguenti:

Sorgente di luce monocromatica	Lunghezza di onda in micron	Angolo del prisma	Angolo di deviazione minima	Indici di rifrazione
Verde del tallio (Tl_2SO_4)	535	70° 27' 30"	50° 27'	1,5082
Gialla del sodio (Na Br)	589	idem	49° 57' 30"	1,5044
Rossa del litio (Li_2CO_3)	671	idem	49° 24' 30"	1,5003

Johnsen ⁽²⁾ aveva trovato $n_{\text{Na}} = 1.5014$. H. Rose ⁽³⁾, più tardi, fece conoscere n per otto diverse lunghezze d'onda, tra le quali non vi erano,

⁽¹⁾ I cristallini macroscopici dei quattro sali li ho preparati con un metodo semplicissimo in uso nell'Istituto Mineralogico di Torino, e che costituisce una semplificazione di quello adoperato nel laboratorio del Prof. von Groth.

Fatti sciogliere pochi grammi del composto da cristallizzare a 100°, ho filtrato ben bene. Il liquido filtrato l'ho riportato a 100° e quindi rapidamente ho collocato il recipiente contenente la soluzione filtrata, in una cassa di cottura all'uopo preparata. La cassetta, rivestita internamente di uno spesso strato di sughero, l'ho riempita per i $\frac{4}{5}$ circa di segatura di legno ben asciutta; nel mezzo vi ho praticato un foro che potesse esattamente contenere il recipiente della soluzione. Coperto ben bene il recipiente con lana e carta fino alla imboccatura, ho chiuso l'apertura della cassa con l'apposito coperchio, pure rivestito con abbondante strato di sughero, forzando con pesi. Il lento e tranquillo raffreddamento favorisce la formazione di cristalli macroscopici nitidi, che si depositano sul fondo del recipiente.

⁽²⁾ A. Johnsen. Neues Jahrb. f. Min. usw. 1907, Beil. Bd. XXIII, 259.

⁽³⁾ H. Rose. Neues Jahrb. Beil.-Bd. XXIX, 63-65.

però, quelle del Li, Na, Tl. Graficamente, dai valori di Rose si deduce $n_{\text{Na}} = 1,5044$, un valore, cioè, identico a quello trovato da me e che differisce di ben tre unità della terza decimale dal valore di Johnsen. Anche le mie determinazioni per Li, Tl, trovano esattamente il loro posto nella serie di misure di Rose, che viene, così, confermata e completata.

II. FLUOSILICATO DI SODIO. Na_2SiF_6 . — Questo composto è assai importante, servendo nella ricerca microchimica del sodio, del silicio e del fluoro.

I cristallini macroscopici da me ottenuti, nitidissimi, limpidi ed incolori ⁽¹⁾, vivamente splendenti, presentano i due prismi $\{10\bar{1}0\}$, $\{11\bar{2}0\}$ la base e la bipiramide $\{10\bar{1}1\}$. Sono queste le stesse forme che aveva già osservato Marignac ⁽²⁾.

Con un minutissimo ritaglio di carta bibula imbevuta di una gocciolina d'una soluzione satura di fluosilicato di sodio, ho umettato una faccetta di prisma posta sotto il microscopio a debole ingrandimento, ed ho, così, ottenuto delle nitide figure di corrosione, costituite da esagoni con due lati paralleli all'asse verticale assai sviluppati e gli altri quattro lati, equiinclinati sui primi, riunendosi due a due in vertici rivolti verso i due estremi del prisma. Le figure di corrosione mi farebbero porre i cristallini nella classe diesagonale bipiramidale.

Cesàro ⁽³⁾, mediante il metodo, certamente poco esatto, del Duca di Chaulnes, ottenne $\varepsilon = 1,296$ $\omega = 1,300$. Nel migliore cristallo da me studiato ho ottenuto

Sorgente di luce monocromatica	Lunghezza d'onda in micron	Angolo del prisma	Per il raggio ε .		Per il raggio ω	
			Angolo di deviazione minima	Indici	Angolo di deviazione minima	Indici
Col filtro Wratten α	677	60° 29' 30"	21° 54' 30"	1,3077	22° 10' 45"	1,3112
" " " β	649	idem	21° 56' 30"	1,3081	22° 12' 45"	1,3117
" " " γ	606	idem	21° 59'	1,3087	22° 15' 30"	1,3122
Con la luce del sodio	589	idem	22° 0' 15"	1,3089	22° 16' 30"	1,3125
Col filtro Wratten δ	577	idem	22° 1'	1,3091	22° 17' 30"	1,3127
" " " ε	535	idem	22° 3'	1,3097	22° 19' 45"	1,3132
" " " η	501	idem	22° 6' 30"	1,3103	22° 23'	1,3138
" " " θ	458	idem	22° 10'	1,3111	22° 26' 30"	1,3146

(1) Nella *Mikrochemische Analyse* di Behrens-Kley (1920, pag. 34) è asserito che molto caratteristica per il fluosilicato sodico è una debole colorazione rosa, visibile in tutti i cristalli un po' spessi. I miei cristalli macroscopici, che erano assai puri, non la presentavano affatto, ed apparivano incolori.

(2) Marignac. *Annales des Mines*, 1857 (5), XII, 20, *Oeuvres* I, 496.

(3) Cesàro. *Bull. Acad. R. Belg.* 1893 (3) XXVI, 721.

Determinazioni per la luce del sodio in altri tre cristallini.

Sorgente di luce monocromatica	Lunghezza d'onda in m μ	Angolo del prisma	Per il raggio s		Per il raggio w	
			Angolo di deviazione minima	Indici	Angolo di deviazione minima	Indici
Luce del sodio	589	59° 58'	21° 41' 30"	1,3089	22° 0' 45"	1,3124
idem	„	59° 45' 30"	21° 38'	1,3088	21° 54' 30"	1,3125
idem	„	60° 22'	21° 56'	1,3089	22° 12' 30"	1,3125

III. FLUOSILICATO DI POTASSIO. $K_2 Si F_6$. — La ricerca microchimica del potassio, specie nei silicati costituenti le rocce eruttive, può essere fatta con vantaggio mediante il processo Bořický, che è fondato sull'impiego dell'acido fluosilicico. Si originano in tal modo i cristallini di fluosilicato di potassio, ordinariamente nella modificazione cubica, raramente nella modificazione esagonale sotto forma di sottili lamine secondo $\{0001\}$ con $\{10\bar{1}1\}$.

Probabilmente per la pochissima solubilità di questo sale (0,12 parti di sale su 100 parti di acqua a 17°,5 e una parte su 100 a 100°), non mi fu possibile ottenerne cristallini nitidi, macrospici.

Con l'aiuto del microscopio a debole ingrandimento ho potuto osservare nei miei cristallini il cubo $\{110\}$ come forma predominante, combinata con l'ottaedro $\{111\}$ e col rombododecaedro $\{110\}$, e anche l'ottaedro $\{111\}$ predominante, combinato col cubo $\{100\}$ e col rombododecaedro $\{110\}$.

Ho determinato l'indice di rifrazione col metodo della linea di Becke, adoperando diverse miscele formate da alcool metilico, alcool etilico e soluzione acquosa satura di fluosilicato di potassio.

Ho ottenuto $n = 1,339$.

IV. CLOROPLATINATO DI POTASSIO. $K_2 Pt Cl_6$. — Nella ricerca microchimica del potassio si ottengono i caratteristici cristallini di questo sale. Nei cristalli da me preparati, ho osservato soltanto l'ottaedro $\{111\}$; spesso due faccie parallele sono molto più sviluppate delle altre. In questo caso i cristallini poggiano su una di quelle facce, che è piana, mentre la parallela, libera, è affetta da poliedria abbastanza spiccata. Altri cristalli sono sviluppati in modo da simulare la combinazione di due prismi rombici $\{h0l\}$ $\{0kl\}$, uno dei quali è più esteso dell'altro.

L'indice di rifrazione di questo sale è superiore a quello dello ioduro di metilene, sicchè non può adoperarsi un prisma formato da due faccie di ottaedro ad angolo (vero) di 70° 32', a meno di ricorrere ad una serie di riflessioni interne, come fece il Sella nel suo lavoro sull'influenza della temperatura sull'indice di rifrazione del diamante. Io ho preferito tagliare in

due cristalli delle faccette adatte, mediante l'apparecchio di Wülfing. I valori ottenuti, con i prismi da me preparati, sono i seguenti:

Sorgente di luce monocromatica	Lunghezza d'onda in micron	Primo cristallino studiato			Secondo cristallino studiato			Indici definit. (medie)
		Angolo del prisma	Angolo di deviazione minima	Indici	Angolo del prisma	Angolo di deviazione minima	Indici	
Col filtro Wratten α	677	25° 5'	21° 13'	1,8104	28° 11'	24° 7'	1,8101	1,8108
.. .. β	649	idem	21° 18' 45"	1,8140	idem	24° 13' 45"	1,8138	1,8139
.. .. γ	606	idem	21° 30' 15"	1,8211	idem	24° 28' 30"	1,8206	1,8209
.. .. δ	577	idem	21° 40'	1,8270	idem	24° 38'	1,8268	1,8269
.. .. ϵ	535	idem	21° 53' 30"	1,8354	idem	24° 53' 30"	1,8351	1,8353
.. .. η	501	idem	22° 8'	1,8443	idem	25° 10'	1,8440	1,8442
.. .. θ	458	idem	22° 28'	1,856	idem	?	?	1,856

Come si vede, si ha accordo assai soddisfacente. La differenza un poco più forte per il vetro γ dipende probabilmente dal fatto che esso non è perfettamente monocromatico.

Mineralogia. — *Ulteriori ricerche sui liquidi pesanti per la separazione dei minerali.* Nota dell'ing. ENRICO CLERICI, presentata dal Socio F. MILLOSEVICH.

Le ricerche delle quali ho dato ragguaglio in questi Rendiconti ⁽¹⁾, mi condussero a proporre, per la tecnica della separazione meccanica dei minerali, tre nuovi liquidi, che sono soluzioni acquose, incolori, diluibili e rigenerabili, cioè:

1) Soluzione di bromomercurato di bario, la quale, raggiungendo il peso specifico di 3,11 a 11° e di 3,14 a 18° C., ha presso a poco lo stesso campo di applicabilità del liquido di Sonstadt-Thoulet, col vantaggio del minor costo.

2) Soluzione satura di formiato di tallio, il cui peso specifico è 3,31 a 10°; 3,40 a 20°; 4,10 a 50°, ecc.

3) Soluzione di formiato di tallio e malonato di tallio, a parti eguali, la quale a 0° ha peso specifico superiore a quello di tutti i liquidi già im-

⁽¹⁾ Clerici E., *Preparazione di liquidi per la separazione dei minerali.* Rendiconti R. Acc. Lincei, XVI, 1907, pag. 187. Vedasi pure: Clerici E., *Sulla analisi isopichnometrica delle rocce.* Nuovi Annali del Ministero per l'Agricoltura, anno I, n. 2 (31 dicembre 1921).

piegati; a 10° è 4,00; 4,70 a 50° e verso 100° raggiunge e sorpassa anche 5. Per cui l'applicabilità dell'analisi isopienomerica viene notevolmente estesa; infatti con il liquido di Retgers (tetraioduro di stagno in tribromuro d'arsenico), che presentava il maggior peso specifico, si arrivava soltanto a 3,73.

Per pesi specifici maggiori di 3,73 bisognava ricorrere a liquidi di fusione. Le mie ulteriori ricerche riguardano appunto tali liquidi.

I migliori, e forse ormai i soli usati, sono due proposti dal Retgers; cioè: nitrato di argento con nitrato di tallio, fusibile a 75°, peso specifico 4,8; nitrato mercurioso con nitrato di tallio, fusibile a 76°, peso specifico circa 5,2.

Il primo intacca i solfuri e può essere sostituito dal mio liquido al formiato-malonato di tallio, il cui uso è più comodo di quello di un liquido di fusione. Anche il solo formiato di tallio, che fonde a 95° in liquido mobilissimo, può servire allo stesso scopo.

Una miscela a parti uguali di formiato e malonato di tallio, polverizzati, fonde a temperatura molto più bassa, in liquido limpido ed incolore di peso specifico superiore a 5, nel quale galleggia anche la pirite. È più comodo servirsi di questa miscela fusa anziché aggiungere una sufficiente quantità dei due sali alla loro soluzione ⁽¹⁾

Il formiato di tallio fuso ha peso specifico inferiore a 5 e perciò la pirite non vi galleggia; ma aggiungendovi carbonato di tallio in polvere, questo vi si scioglie accrescendone il peso specifico. Quando la quantità aggiunta è, nella miscela, in proporzione del 13 per cento, la pirite vi galleggia.

Se invece del carbonato si aggiunge il fluoruro di tallio, quando la proporzione di questo è del 3,8 per cento, galleggia la pirite; al 9 per cento galleggia la magnetite in cristalli isolati di Zillerthal, e al 16,6 per cento l'oligisto crist. dell'Elba ⁽²⁾. Lo stesso oligisto non galleggia nella seconda miscela del Retgers, la quale, se fonde a 76°, richiede una temperatura più elevata, oltre 100°, per essere ben fluida e limpida ed usabile; essa però consente soltanto una piccolissima aggiunta d'acqua, perchè altrimenti si separa un sale basico; perciò le lavature bisogna farle con acqua acidulata con acido nitrico. Tale inconveniente non si presenta con le miscele fuse formiato-malonato, formiato-carbonato, formiato-fluoruro, le quali, filtrate per carta, danno un liquido limpidissimo, incolore, che, però, incomincia a imbrunire oltre la temperatura di 120°.

La miscela formiato-fluoruro di tallio fonde tra 76° e 80° e può essere usata anche sotto i 100° in bagno d'acqua; ma forse è preferibile, affinché

⁽¹⁾ La miscela solida è igroscopica; ciò confermerebbe il criterio che aveva ispirato le mie prime ricerche.

⁽²⁾ Anche altri sali di tallio sono più o meno solubili nel formiato fuso: cloruro, solfocianuro, nitrito, solfato, nitrato, perclorato, ecc., senza offrire risultati migliori; eccettuata quella col nitrito, in nessuna di queste miscele può galleggiare la pirite.

il fluoruro sia tutto disciolto, usarla tra 100° e 110° formando il bagno con un liquido ad elevato punto d'ebollizione oppure in stufa. La miscela solida è igroscopica: fusa ha reazione alcalina alle carte reattive: i solfuri, pirite, cinabro, blenda, proustite, antimonite, vi resistono; cristalli e frammenti di silicati vari, granati, pirosseni, anfibolo, cordierite, olivina, tenutivi per ben dieci ore a temperatura di 115°, non sembra abbiano sofferto. Nella pratica applicazione, il più lungo uso mostrerà se vi siano circostanze speciali in cui tale liquido sia in difetto; si può, peraltro, affermare offra qualche vantaggio rispetto ad ambedue le miscele del Retgers.

Geologia. — *Il conglomerato di Como*. Nota I di EMILIO REPOSSI, presentata dal Socio ARTINI.

Il così detto *conglomerato di Como*, o *gonfolite della Camerlata*, ha richiamato già da molto tempo l'attenzione degli studiosi, e qualche diagnosi sulla natura de' suoi ciottoli si rintraccia già in scritti della prima metà del secolo scorso (Curioni, 1844). Ma il primo studio petrografico preciso degli elementi che lo costituiscono è dovuto al Chelussi e risale al 1908. Scopo di questo osservatore quello di determinare il presumibile luogo di provenienza dei ciottoli stessi, che, prima d'allora, si era ripetutamente affermato doversi ricercare ad occidente del Lago Maggiore.

Il Chelussi, constatando che nel conglomerato mancano o sono scarsissimi gli elementi che potrebbero per la loro natura appartenere alla zona basica d'Ivrea, e sono invece costantemente presenti rocce di tipo valtellinese, come il *serizzo* di Val Masino, concludeva il suo breve studio affermando giustamente che non v'è ragione per attribuire agli elementi del conglomerato comense un'origine tanto occidentale.

Io avevo già più volte pensato di tornar sull'argomento per estendere alquanto le osservazioni del Chelussi e fornire così un più completo quadro della composizione petrografica del conglomerato, che, data l'età tongriana ad esso ordinariamente attribuita, mi pareva potesse fornire qualche notizia sulle formazioni affioranti nella regione alpina, o in un tratto almeno di questa, in uno dei momenti più interessanti della sua storia.

Ma il mio disegno sarebbe forse rimasto più a lungo allo stato di semplice disegno se il sig. ing. Cesare Porro non avesse pur egli pensato ad una consimile ricerca, con base ancora più larga, e non m'avesse proposto — cosa di cui gli sono estremamente grato — di associarmi a lui nell'esecuzione pratica del lavoro, incaricandomi specialmente dell'indagine strettamente petrografica.

Il piano di lavoro adottato di comune accordo fu il seguente: revisione e studio di tutta l'area d'affioramento del conglomerato comense dalla Brianza al Lago Maggiore; revisione e studio dei conglomerati terziari con elementi alpini del Monferrato e della collina di Torino, presumibilmente coevi col primo; studio petrografico dei componenti di questi conglomerati e confronto con le formazioni alpine con le quali possono aver relazione. Animatrice di tutto il lavoro la speranza di raccogliere, oltre ad una messe più o meno abbondante di fatti la cui conoscenza sia utile per sè stessa o per lo scopo sopra accennato, qualche dato che permetta di far un po' di luce sul modo e sull'ordine di messa in posto delle varie formazioni alpine secondo le odierne vedute tectoniche.

Piano vasto, dunque, e promettente. Ma, sventuratamente, per ragioni varie e indipendenti dalla buona volontà di ciascuno di noi, sino ad ora son rimasto solo nell'esecuzione del nostro disegno, il quale, per giunta, all'atto pratico si dimostra anche più gravoso di quanto non pensassimo. Di conseguenza il lavoro procede alquanto lentamente, e per adesso può dirsi limitato allo studio petrografico e di rilievo del conglomerato comense nell'area, già abbastanza vasta, compresa fra la Brianza ed il Lago Maggiore.

Cionostante, i dati ora raccolti hanno già, a mio avviso, qualche interesse; ed in attesa che il lavoro possa essere ultimato giusta i nostri disegni, credo di far cosa utile accennando sommariamente ad alcuno di essi.

Ricordo che la formazione, costituita essenzialmente da arenarie, con vaste intercalazioni di lenti conglomeratiche specie nella sua parte inferiore, comincia verso est ad affiorare poco lungi da Besana Brianza; si sviluppa poi ampiamente nelle vicinanze di Como e tra Como, Chiasso e Malnate, raggiungendo uno spessore notevolmente superiore al chilometro; riaffiora a sud del lago di Varese e intorno al lago di Comabbio, e termina ad ovest vicino a Lissanza, sul Lago Maggiore.

Essa ha risentito fortemente dei movimenti orogenetici dell'area alpina, poichè si trova dovunque irregolarmente e molto spostata dall'orizzontalità, e fra Como e Chiasso i suoi banchi sono in qualche tratto raddrizzati sino a 70°.

È pure già ben noto che essa, oltre a banchi di arenarie più o meno fine, di arenarie argillose a sottili strati e di conglomerati variamente grossolani, contiene ad un determinato livello e quasi in tutta la sua estensione, ma specie fra Camerlata e Malnate, grossi blocchi disseminati di preferenza nei banchi arenacei, affatto caratteristici e simili a quelli che si osservano nelle analoghe formazioni della collina di Torino.

Una delle prime difficoltà, che si presentano a chi si accinga al rilievo ed allo studio del conglomerato comense, è dovuta al fatto che tutta l'area del suo affioramento è ingombra di materiali morenici; di guisa che spesso lo sfacelo del conglomerato si confonde coi detriti glaciali.

Ma aggiungo subito che l'occhio si abitua ben presto a discernere il complesso petrografico presentato dalle morene da quello caratteristico del conglomerato; e ciò anche prescindendo dalla serie degli altri caratteri distintivi delle due formazioni, di tipo e di origine del resto tanto differenti. E con questo vengo già a fare una prima notevole affermazione generale sui caratteri petrografici del conglomerato. In esso infatti si osserva un'associazione di elementi nettamente diversa da quella dei cumuli morenici, i quali pur provennero, sebbene in modo e in tempo differenti, dal medesimo tratto della regione alpina. Ci sono, naturalmente, nei due depositi elementi comuni; ma ci son pure elementi che mancano o scarseggiano da una parte e non dall'altra, e viceversa. E questo vale sia che consideriamo le morene del ghiacciaio dell'Adda, sia che consideriamo quelle del ghiacciaio del Ticino, in confronto con le rispettive aree d'affioramento del conglomerato.

Di constatazioni di questo genere ne furon fatte parecchie. Mi limito per ora a ricordare che al conglomerato comense, intorno a Como ed a Chiasso, manca in modo quasi assoluto il *serpentino*, tanto abbondante nel morenico del ghiacciaio dell'Adda, mentre vi è frequentissima una *tonalite*, molto caratteristica e assai simile a quella classica del Tonale, che non si osserva affatto nelle morene.

Nel conglomerato abbonda in modo assolutamente inatteso il calcare nummulitico tipo Montorfano, e non solo ad oriente di Como (ciò che sarebbe abbastanza ovvio) ma anche ad occidente di Como e sin presso Bizzarone, dove attualmente non v'è traccia di eocene con la *facies* ora detta.

Manca invece al conglomerato il *porfido quarzifero* a *facies* granitoide tipo Val Ganna, anche nel tratto in cui più ci si potrebbe attendere di trovarlo; mentre, d'altro lato, vi sono rappresentate con discreta frequenza le *porfiriti* luganesi ed i porfidi a *facies* più normale, ma ora meno abbondanti nell'area intorno al Ceresio.

La presenza di certe rocce è degna di nota perchè serve a segnare il limite superiore alla determinazione della loro età geologica. Così, a cagion d'esempio, mi sembra interessante la presenza constatata del granito di Baveno nel conglomerato dei dintorni di Lissanza.

Geologia. — *Il Maestrichtiano in Cirenaica*. Nota preliminare dell'ing. dott. CAMILLO CREMA, presentata dal Socio C. F. PARONA.

È noto che, se in Cirenaica non furono finora segnalati terreni più antichi dell'Eocene, anzi la presenza stessa dell'Eocene inferiore non può ancora dirsi interamente dimostrata ⁽¹⁾, tuttavia il Gregory, nonchè escludere la possibilità che vi esistessero anche terreni precenozoici, ha da tempo indicato come luogo, dove più probabilmente questi potevano venire a giorno, la base della scarpata di Tocra ⁽²⁾. Colla quale denominazione egli designava, come risulta dalla carta geologica annessa al suo lavoro, il tratto compreso fra Bengasi e Tolmetta e lungo un centinaio di chilometri dell'erto ciglione calcareo che, bruscamente o coll'interposizione di terrazzi più o meno ampi, delimita la pianura costiera, determinando il primo dei tre gradini nei quali si suddivide il fronte mediterraneo del massiccio cirenaico.

Per incarichi ricevuti dal Ministero delle Colonie e da quel Governo coloniale, avendo dovuto recentemente eseguire una serie di ricognizioni geologiche in Cirenaica ed importando per queste di ricercare i terreni costituenti la base della serie locale, era quindi naturale che la mia attenzione si portasse su questa scarpata e particolarmente su quella parte di essa la quale non era ancora stata percorsa da altri geologi. Circostanze, sulle quali sarebbe ozioso soffermarsi, vietarono di dare alle ricerche l'ampiezza che sarebbe stata desiderabile attesa l'estensione della zona da esplorarsi: tuttavia, per quanto limitate ad un ristretto numero di punti ed a volte anche alquanto sommarie, grazie alla tettonica estremamente semplice della regione esse non riuscirono sterili e consentirono tra altro di stabilire la fondatezza delle affermazioni del Gregory. Non sarà quindi inopportuno di darne brevemente notizia: rimandando però ad altra occasione l'esame delle località nelle quali il Cenozoico discende fino ai piedi della scarpata, mi occuperò qui soltanto dei dintorni di Tocra, dove in corrispondenza dell'uadi Bacûr compaiono anche terreni più antichi.

(1) G. Stefanini, *Sulla costituzione geologica della Cirenaica*, Rend. Acc. Lincei, vol. XXX, 2° sem., Roma 1921, pag. 53.

(2) J. W. Gregory, *Contributions to the Geology of Cyrenaica*. Quart. Journ. geol. Soc., vol. 67, London, 1911, pag. 601.



Come si scorge dall'unita sezione prospettica nella scala approssimata di 1:50000, la balza non dista qui che pochi chilometri dal mare; il suo piede sta a circa 50 m. s. m.; la sommità a 300 m., altezza media del primo ripiano od altipiano di El Merg; a destra ed a sinistra dell'imboccatura dell'uadi essa si protende in due sproni pianeggianti, dell'altezza media di 120 m., evidentemente relitti di un antico terrazzo interposto fra l'altipiano e la pianura. L'uadi taglia il gradino all'incirca ad angolo retto incidendolo fino alla quota di 100 m., e da questo punto si apre il varco attraverso ad un ampio ventaglio di deiezione (*qc*) nel quale, come nella maggior parte dei depositi vallivi della Cirenaica, si osservano due ordini di terrazzi ben conservati. Al di là del ventaglio subito si perde ogni traccia dell'uadi, le cui scarse acque sono assorbite dai crepacci del suolo prevalentemente calcareo ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ L'uadi Sleib (o ed-Dor?), che ha la sua foce presso Tocrà, e parecchi altri nadi più ad oriente si spingono coi loro alvei fuo al mare attraversando la pianura, qui ridotta ad una esile striscia; alcuni anzi, ad es. l'uadi Asra, raggiungono la costa addirittura coi loro ventagli di deiezione. Invece sulla sinistra dello Sleib, dove la pianura costiera va sempre più allargandosi, un solo fiume riesce a convogliare fino al mare le acque delle sue piene, il Gattara.

Le carte, anche le più recenti, non indicano il corso di questo fiume nella pianura o lo segnano erroneamente colla foce presso Sidi Buscelif, benchè fosse notorio e del resto già da parecchi anni esplicitamente detto da Padre Zanon, che esso si dirige sui giardini della Berka, presso Bengasi (*L'Agricolt. colon.*, X, pag. 276 ed XI, pag. 379, Firenze, 1916-17). Il suo alveo si presenta ben definito, è vero, solamente fino a poco più di un chilometro a SO di Casa Mei ed in seguito si confonde colla bassura che col nome di Rhaba da questo punto si estende fino alla Berka: mi fu però facile fissare il corso delle acque anche in questo tratto, sia approfittando delle piene dell'inverno 1919-1920, sia perchè il suolo, costituito d'ogni intorno esclusivamente da terra rossa, in corrispondenza di esso è cosparso di ciottoli e ghiaiette, abbandonati dalle acque del fiume. Alla Berka queste acque sono in gran parte derivate per irrigazione, ma la porzione residua, insinuandosi fra la caserma ed il cimitero cristiano, dove effettivamente ricompaiono tracce di alveo, e, nelle maggiori piene, anche fra Sidi Daud e la Mafluga sbocca nella Sebcha-el-Malha e nella Sebcha-el-Bunta donde raggiunge il mare attraverso il porto di Bengasi. Nella grande piena del 1903, le acque

Il terreno più profondo (*Cr*) affiora allo sbocco della valle ed è rappresentato da calcari biancastri o bianco-giallastri, ben stratificati, ricchi in rognoni e noduli di selce, ora compatti a frattura concoide, ora teneri a frattura ineguale, e spesso anche alquanto farinosi sì da sporcare le dita. Nelle sezioni sottili questi calcari non mostrano che pochi foraminiferi senza importanza caratteristica. In quanto ai fossili macroscopici, quelli ben conservati non sono molto comuni; ma la loro ricerca mi venne facilitata dai tagli recentemente eseguiti allo sbocco dell'uadi per l'apertura della rotabile che da Tocra sale ad El Merg: oltre a numerosi esemplari di un'alga subcilindracea-spirulata, che corrisponde bene al gen. *Münsteria*, ed a qualche resto indeterminabile di crostaceo, la fauna comprende essenzialmente dei lamelibranchi, spesso allo stato di modelli esterni. Grazie alla cortesia del professore C. F. Parona, che volle studiare il materiale raccolto, posso indicarvi:

Septifer Charmesi (Thom. et Per.)

Lucina (*Dentilucina*) *Calmoni* Perv.

" " *subnumismalis* d'Orb.

" cfr. *dachelensis* Wann.

Cardium (*Trachicardium*) *productum* Sow.

Cytherea Rohlfsi Quaas

Pholadomya elliptica Münst.

specie, le quali dimostrano che si tratta di Maestrichtiano simile, per non dire identico, a quello che così largamente affiora in Tripolitania dal ciglione del Gebel fino alle oasi di Ghadames e di Dergi ⁽¹⁾ e sulla cui fauna lo stesso prof. Parona ha preparato da tempo un'ampia illustrazione che sta per veder la luce. Anche litologicamente questi calcari corrispondono bene a taluni tipi del Maestrichtiano libico, segnalati dall'ing. Zaccagna nel complesso superiore alle assise ad *Inoceramus regularis*, ignote fin qui in Cirenaica.

I calcari dell'uadi Bacûr nelle varietà meno compatte possiedono ben marcato il carattere organolettico tipico delle rocce fosfatifere, quello cioè di sviluppare odore di fosforo per semplice sfregamento. Come è noto,

del Gattara, per l'abbondante fanghiglia trascinata in sospensione non solo arrossarono tutto lo specchio del porto, ma resero torbido il mare per parecchie centinaia di metri dalla costa.

L'insenatura che costituisce la porzione naturale del porto di Bengasi non è quindi altro che la foce dell'uadi Gattara.

⁽¹⁾ C. F. Parona, *Per la geologia della Tripolitania*. Atti R. Acc. d. Sc. di Torino, vol. L, Torino, 1914; D. Zaccagna, *Itinerari geologici nella Tripolitania occidentale*, con appendice paleontologica di P. Principi, G. Checcha-Rispoli, P. Vinassa de Regny e A. Fucini. Mem. descr. della Carta geologica d'Italia, vol. XVIII, Roma, 1919.

tale carattere è però senza rapporto col tenore in fosforo della roccia; ed infatti alcuni campioni, essendo stati sottoposti ad analisi nel laboratorio chimico dell'Ufficio Geologico dal dott. F. Ratto, non rivelarono che quantità minime di P_2O_5 ; non è tuttavia il caso di dimenticare che queste assise sono sincrone, isomesiche ed isotopiche con quelle che in Egitto si riconobbero ricche di fosfati, e non può quindi escludersi che ulteriori ricerche possano condurre a scoprirvi qualche zona fosfatifera.

Risalendo l'uadi, i calcari sembrano impoverirsi di resti organici; del resto presto spariscono sotto un'abbondante coltre detritica coperta da una folta macchia, la quale nasconde gli strati rocciosi fino all'orlo dell'altipiano. Su questo si hanno dapprima dei calcari molto compatti, selciosi, a frattura concoide e non includenti che rare nummuliti; indi, a maggior distanza dal ciglione, altri calcari più teneri, con strati ricchi di nummuliti che ne mostrano l'appartenenza all'Eocene medio (e_m). Questi calcari nummulitici sembrano in concordanza con quelli a fossili maestrichtiani della base della scarpata, cosicchè non è improbabile che vi sia stata continuità di deposizione ⁽¹⁾, nel qual caso gli strati intermedi occulti dalla macchia rappresenterebbero essenzialmente l'Eocene inferiore. La conferma di tale riferimento non sarebbe priva d'interesse, poichè è appunto alla base dell'Eocene che si trovano i ricchi giacimenti di fosfati della Tunisia e dell'Algeria.

L'insieme dei calcari descritti forma un'ampia piega a ginocchio colla cerniera in gran parte demolita, la fronte a nord e l'altra gamba, che appena può dirsi in pendio, rivolta a sud; cosicchè nei calcari della pianura, che dai piedi della scarpata degrada dolcemente a mare, si ritrova la stessa serie che risalendo l'uadi. Ben presto però i banchi calcarei spariscono dapprima sotto una vasta distesa di terra rossa (qa), probabilmente limo di antiche alluvioni, indi sotto le note arenarie a *Cardium* (qm), comuni lungo il litorale cirenaico e che, più o meno sviluppate, ritrovai verso sud fin oltre Zuetina nella Sirtica. Largamente utilizzate sin dall'antichità per trarne materiale da costruzione, queste arenarie furono anche qui scavate in numerose ed ampie latomie per le costruzioni dell'antica Teuchira, il cui nome, corrotto in quello di Tocra, designa tuttora il tratto di costa occupata dalle sue pittoresche rovine ed il piccolo villaggio arabo che le fiancheggia. La formazione a *Cardium* sostiene infine piccoli lembi dell'arenaria ad *Helix* (a^H), già segnalata in altre località del litorale, e sopra uno di essi sorge il castello di Tocra.

(1) Il dott. Prever nella sua importante Nota sulle *Nummuliti ed Orbitoidi dei dintorni di Derna* (Boll. Soc. geol. it., vol. XXXIII, Roma 1914) a pag. 235 dice incidentalmente che in Cirenaica la Creta fa passaggio graduale all'Eocene. Malgrado la forma recisa della frase ritengo che l'autore non abbia voluto fare un'affermazione ma semplicemente un'ipotesi, poichè in Cirenaica, per quanto mi consta, non erano stati fin qui segnalati terreni cretacei.

Il ripiegamento che si osserva nei calcari incisi dall'uadi Bacúr, come quello indicato dal Gregory nell'uadi Sciáaba, ha però soltanto valore locale, poichè in corrispondenza degli uadi Bilbarabidis ad ovest ed Asra ad est, e fors'anche prima, gli strati non possiedono più che una lieve pendenza a mare e torna a dominare la struttura tabulare, generale in tutta la scarpata.

Che questa, anzichè una balza di frattura, come opinava il Gregory, debba invece ritenersi col Marinelli ⁽¹⁾ un'antica ripa di abrasione, parmi ormai abbastanza dimostrato; mi astengo perciò dall'esporre altre mie osservazioni al riguardo.

Patologia vegetale. — Osservazioni sulla recettività del frumento per la carie. Nota del prof. O. MUNERATI, presentata dal Socio R. PIROTTA.

Una recente comunicazione di F. D. Heald ⁽²⁾ mi induce ad esumere alcune occasionali osservazioni, che vari anni addietro effettuavo a conferma e a complemento di vecchi rilievi sul tema di cui trattasi ⁽³⁾.

Secondo Heald le probabilità della infezione per *Tilletia* (spp.) sono in dipendenza della carica di spore del fungillo sul tegumento dei granelli: vi sarebbe, cioè, con le inevitabili fluttuazioni, un graduale incremento nel per cento di spiche cariate con l'incremento del numero di spore portate da ciascun granello; il per cento delle spiche infette non aumenta però proporzionalmente oltre un determinato carico. L'esame di un campione di frumento, eseguito allo scopo di stabilire il numero di spore di *Tilletia* aderenti al tegumento dei granelli, potrebbe permettere di predire, con una soddisfacente esattezza, la percentuale di piante affette da carie da cui verrebbe colpita la cultura se il seme non fosse previamente trattato ⁽⁴⁾.

(1) O. Marinelli, *Sulla morfologia della Cirenaica*. Rivista geogr. it., vol. XXVII, Firenze, 1920.

(2) Heald F. D., *The relation of spore load to the per cent of stinking smut appearing in the crop*. Phytopathology, XI (1921), n. 7, pp. 269-278. Di detta comunicazione (al quarto Congresso dei fitopatologi americani) lo stesso periodico aveva già pubblicato un *résumé* nel fascicolo di febbraio (p. 103).

(3) Munerati O., *La recettività del frumento per la carie in rapporto al tempo di semina*. Questi Rendiconti, vol. XX (1911), fasc. 11, p. 835; vol. XXI (1912), fasc. 12, p. 875.

(4) Occorre aggiungere che altri Autori avevano già precedentemente accennato, benchè in forma non così circostanziata, ad un certo rapporto tra grado di infezione delle spore e per cento di spiche cariate alla raccolta.

Or ecco brevemente i miei pochi rilievi dopo il 1912.

PROBABILITÀ DELL'INFEZIONE RISPETTO AI DECORSI DELLE TEMPERATURE AL MOMENTO DELLA GERMINAZIONE. — Dato che in pratica accade che le semine precoci di autunno e quelle tardive di primavera portino a far registrare una percentuale normalmente assai meno elevata di spiche cariate di quello che non si verifichi, anche a parità di carica di spore sui granelli, con semine effettuate in condizioni opposte, è logico ammettere che i decorsi delle temperature all'atto della germinazione debbano avere la maggiore efficienza nel determinare l'infezione da parte del fungillo. Ma poichè, in effetti, le temperature minime o medie autunnali da un lato e primaverili dall'altro, non hanno decorsi rigidamente progressivi, e possono quindi virtualmente verificarsi, come in realtà si verificano, eccezioni anche nelle percentuali delle infezioni ⁽¹⁾, occorre, per dirimere ogni dubbio derivante dagli incerti decorsi stagionali, istituire apposite prove ponendo a germinare granelli uniformemente infettati, e a parità d'altre condizioni, a diverse temperature debitamente dominate e controllate. Il che feci servendomi di appositi cassoni collocati rispettivamente in serra e in camera fredda, e con successivi trapianti.

I saggi di codesto genere sono di una semplicità elementare, e poichè è a chiunque estremamente facile di ripeterli per proprio conto, non citerò in questa Nota che qualcuna delle cifre da me raccolte:

	Temperatura del letto di germinaz.	
	18°-20°	7°-8°
	% di spiche cariate	
Semina: autunn. 1914 (2 ottobre) Gentile rosso . .	3,3	98
" primav. 1915 (28 febbraio) Marzuolo amer. . .	1,4	92
" autunn. 1915 (7 ottobre) Cologna veneta . .	3,3	100
" primav. 1917 (15 marzo) Gentile rosso . .	12,0	96

Volli anche accertare se l'assunto di Müller e Molz, secondo i quali con temperature bassissime (2-3 centigradi) non si verificherebbe infezione per *Tilletia* [le clamidospore del fungo richiederebbero per la germinazione una temperatura relativamente più elevata (5-6 centigradi) rispetto

⁽¹⁾ Qualche sperimentatore, che si è trovato di fronte a risultati contraddittorii, ha voluto dare alla conclusione — secondo la quale la percentuale di spiche affette da *Tilletia* è direttamente proporzionale al tempo di semina in autunno e inversamente proporzionale al tempo di semina in primavera — un significato strettamente letterale. Certo è appunto che non sempre l'andamento delle temperature procede in linea uniformemente decrescente o crescente rispettivamente d'autunno o in primavera, onde possono aversi in novembre periodi a temperature più elevate che in ottobre, ed in marzo è facile registrare temperature più basse che in febbraio. Da aggiungere che il grado di umidità del suolo, la profondità cui va a trovarsi il seme entro la terra ed altre circostanze subordinate e accessorie possono avere, a loro volta, una certa portata.

al frumento⁽¹⁾], ma con risultamenti incerti. Comunque, se è necessario convenire con Müller e Molz che il problema della infezione del frumento per *Tilletia* in rapporto ai decorsi delle più basse temperature merita di essere ancora meglio elucidato, resta sempre e in modo incontrastabile confermato che una rapida germinazione fa sfuggire la piccola pianta di grano al fungo qualunque sia la carica di spore aderenti al tegumento.

PROBABILITÀ DELLA INFEZIONE RISPETTO ALLA LOCALIZZAZIONE DELLE SPORE DI *TILLETIA* SUL TEGUMENTO DEI GRANELLI. — A prescindere dal concetto ultimamente sollevato da Heald, va ricordato che, ai riguardi delle possibilità di infezione per *Tilletia*, si è sempre attribuito, come si attribuisce, una particolare portata ed importanza al fatto per il quale durante la trebbiatura le spore del fungo vanno soprattutto ad annidarsi nel ciuffetto di peli di uno dei due estremi della cariosside. Orbene: quale influenza specifica sul meccanismo dell'attacco della carie esercitano le clamidospore ivi localizzate? Dato e concesso che altre spore di *Tilletia* non fossero ripartite lungo il tegumento, e particolarmente più verso la zona embrionale, la piantina sfuggirebbe o meno alla infezione? Alcune prove iniziate sino dal 1911 comprovavano la ragionevolezza del supposto: e i risultati furono egualmente e sempre concordanti in tutti i saggi effettuati posteriormente.

Il metodo seguito per la preparazione del materiale non offre la minima difficoltà. Si sterilizza innanzitutto il tegumento con acqua calda (solita procedura) e quando i granelli sono bene essiccati vi si fanno aderire carichi di spore in punti distinti del tegumento mediante un pennellino intriso di spore incorporate a soluzione concentrata di gomma arabica o destrina. I granelli devono essere manipolati con pinzette e quindi posti, a una certa distanza tra loro, ad essiccare (si presta assai bene, con i suoi solchi, la così detta carta ondulata o cannetée). Quando si collocano poi i semi in piena terra oppure in vasi o in grandi germinatoi, occorre dare in precedenza al substrato la voluta umidità, ed ulteriormente, se necessario, fornire acqua o con metodo capillare o con nebulizzatrici.

Nelle nostre esperienze infettavamo rispettivamente la zona embrionale o la zona apicale, oppure zone intermedie del lato ventrale o dorsale; nel letto di germinazione, i semi erano quindi posti rispettivamente o con la zona embrionale in su oppure all'ingìù, oppure orizzontalmente. Provammo anche a contaminare la zona apicale in granelli rotondeggianti oppure in granelli allungati (tipo Cologna veneta), ecc.

Per brevità, e per lo scopo precipuo che si propone questa piccola Nota, ci limiteremo ad esporre i rilievi compiuti con il materiale rispondente a

(1) Müller H. C. und Molz E., *Ueber den Steinbrand des Weizens. Einfluss der Saatzeit auf den Steinbrandbefall beim Winter- und Sommerweizen*. Fühling's Landw. Zeitung, LXIII (1914), Heft 6, p. 204).

condizioni antagonistiche, e cioè con contaminazione della zona embrionale (collocamento zona embrionale in basso od in alto) e con contaminazione della zona apicale (collocamento zona embrionale in basso od in alto); rispettivamente in ambiente a temperatura di 18-20 oppure a 7-8 centigradi.

Fino dalle prove preliminari del 1911-12 risultava che in letto di germinazione a temperatura di 20 centigradi circa le piante sfuggono in grandissima parte all'attacco del fungillo anche se la carica di spore sia localizzata alla zona embrionale, mentre, viceversa, se la carica è circoscritta alla zona apicale le piantine rimangono in grandissima parte immuni anche se la germinazione ha luogo nelle condizioni più propizie di recettività per la *Tilletia*. Rilievi su più abbondante materiale furono compiuti nel 1914 e nel 1916. Nel prospetto qui sotto riportiamo le principali cifre registrate nel 1916 (semina 13 marzo, varietà gentile rosso) osservando che si tratta di percentuali derivate da conteggi di parecchie centinaia di piante.

I) *Germinazione a temperatura di 18-20 centigradi.*

		% di spiche cariate
A) Contaminazione zona embrionale		
a) Zona embrionale in su		3
b) " " in giù		5
B) Contaminazione zona apicale		
a) Zona apicale in su		0,2
b) " " in giù		0,7

II) *Germinazione a temperatura di 7-8 centigradi.*

A) Contaminazione zona embrionale		
a) Zona embrionale in su		82
b) " " in giù		92
B) Contaminazione zona apicale		
a) Zona apicale in su		9
b) " " in giù		2

Codeste percentuali non vanno naturalmente prese in senso assoluto (in qualche altro caso si è registrata una più alta percentuale di piante infette con zona embrionale in su, in altri casi tutte le piante uscirono immuni anche se da semi fortemente contaminati in corrispondenza alla zona embrionale, ecc.), ma il loro significato non poteva lasciare la più tenue ombra di incertezza: così, dopo il 1916 sospendemmo qualunque altro saggio.

CONCLUSIONI.

1°) In linea principale rimane ancora una volta *confermato*:

a) che la presenza di spore di *Tilletia* (spp.), anche in fortissima carica, sul tegumento del granello, non è condizione sufficiente a determinare in ogni caso l'attacco delle piante da parte del fungillo. La possibilità

dell'infezione non è, in altri termini, in dipendenza della entità della carica di spore aderenti al tegumento, ma dallo svolgimento e dalla durata del processo germinativo;

b) che quanto più rapidamente avviene la germinazione del seme, tanto più la pianta è in grado di sfuggire all'attacco del parassita, e viceversa;

c) che nella grande pratica, se un trattamento (concia) al seme è sempre consigliabile, a maggior ragione si impone allorchè si effettuano semine tardive d'autunno o precoci in primavera.

2°) In linea subordinata si osserva:

a) che la probabilità teorica della infezione più che dal numero globale od assoluto di spore aderenti al tegumento dipende dalla localizzazione od ubicazione delle spore sul tegumento stesso. Quanto più la carica di spore si trova lontana dalla zona embrionale, tanto più la piantina può sfuggire alla infezione, e viceversa. Che se in atto accade che le possibilità della infezione risultano in un certo senso in diretta correlazione con la entità della carica di spore sulla superficie dei granelli, la circostanza va attribuita al fatto per cui quanto più grande è il numero di spore sul tegumento, tanto più è probabile che una determinata percentuale delle medesime sia localizzata (o vada, nel letto di germinazione, a localizzarsi) in prossimità della zona embrionale;

b) che la « spazzola » di peli trovantisi alla estremità più appuntita dei granelli funge, essenzialmente, da organo di arresto o di immagazzinamento di spore, le quali, attraverso il soffiamento con gli altri granelli o mercè altra azione meccanica, vengono trasportate in prossimità della zona donde spunta o lungo cui può strisciare la piumetta nella sua evoluzione. Che se una carica, anche fortissima, di spore di *Tilletia*, fosse, e rimanesse, in supposto, esclusivamente circoscritta alla zona opposta a quella embrionale, la pianta sfuggirebbe o quasi ad ogni possibilità di auto-infezione;

c) che se si tratta di accertare la resistenza, all'attacco del fungo, di determinate varietà o razze o individui, oppure di verificare il grado di azione di un determinato metodo di concia, è opportuno effettuare i saggi sotto condizioni controllate; eseguendo prove in pieno campo, seminare uno stesso materiale in momenti distinti e successivi lungo un determinato periodo presunto critico, onde acquisire la certezza che almeno in una serie il materiale vada a trovarsi nelle condizioni estreme di massima recettività per il parassita, ed avere, in più, la precauzione che una più forte carica di spore si trovi localizzata in corrispondenza alla zona embrionale.

Fisiologia. — *Osservazioni preliminari sulla radiosensibilità di alcuni stadi della spermatogenesi oligopirenica di Paludina vivipara* ⁽¹⁾. Nota del dott. CESARE ARTOM, presentata dal Socio B. GRASSI.

Tra le varie ipotesi per spiegare l'azione disintegratrice che i raggi Röntgen e i raggi delle sostanze radioattive esercitano sulla sostanza vivente, deve essere anzitutto ricordata l'ipotesi di Schwarz, secondo la quale la causale diretta delle necrosi che si osservano sia nelle cellule dei vari tessuti, sia nelle uova in segmentazione esposte ai raggi, sarebbe da attribuirsi ai prodotti tossici (principalmente colina) derivanti dalla disintegrazione delle lecitine. Viceversa gli Hertwig ⁽²⁾, con ricerche divenute ormai classiche, sull'influenza che l'irradiazione di uova e spermatozoi di Echinodermi, Pesci e Anfibi ha sul consecutivo sviluppo, attribuirebbero principalmente alla disintegrazione delle sostanze nucleari l'azione tossica che viene esercitata sulla sostanza vivente.

Le conclusioni degli Hertwig trovano piena conferma nelle recenti esperienze di Alverdes ⁽³⁾ sul comportamento, che la sostanza nucleare maschile ha durante la segmentazione dell'uovo di Cyclops, quando lo spermatozoo sia stato, prima della fecondazione, convenientemente irradiato. Così pure le osservazioni di Mohr sulla spermatogenesi di un Ortottero (*Decticus verrucivorus*) dimostrano, non solo che le sostanze del nucleo sono specificatamente radiosensibili, ma lo sono essenzialmente durante gli stadi di spermatocito in accrescimento, quando cioè evidentemente i processi di sintesi nucleinica devono essere assai più intensi e più celeri, che non nelle cellule ordinarie che si preparano alla mitosi.

Date queste sommarie premesse, si comprende senz'altro il particolare interesse che devono avere le osservazioni sull'influenza esercitata dai raggi sulla spermatogenesi dei molluschi prosobranchi, in cui, generalmente, come è noto, esistono nello stesso testicolo due serie di cellule spermatogenetiche, ciascuna con caratteristiche proprie, sia al riguardo della sostanza cromatica, sia al riguardo delle inclusioni citoplasmatiche.

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Anatomia e Fisiologia Comparata della R. Università di Roma.

⁽²⁾ Per la bibliografia completa sull'argomento sino al 1920, si consulti la rivista sintetica del prof. G. Hertwig: *Das Radiumexperiment in der Biologie*, in *Strahlentherapie*, Bd. XI Heft, 2 settembre 1920.

⁽³⁾ Fr. Alverdes, *Das Verhalten der mit Radium behandelten Spermatozoen von Cyclops nach der Befruchtung*, in *Archiv. für Entwickl. mechanik*, 47 Band, 1921.

La *Paludina vivipara* è poi tra i molluschi prosobranchi uno dei materiali più adatti per tale genere di ricerche, data la conoscenza profonda che oramai si ha, su qualsiasi stadio delle due spermatogenesi ⁽¹⁾.

Ho quindi usufruito di detto materiale per sperimentare l'azione che hanno i raggi Röntgen e quelli di varie sostanze radioattive (Radio, mesotorio) sulle diverse tappe delle due spermatogenesi. Riferisco però qui sommariamente solo i risultati ottenuti, nello scorso estate, irradiando il testicolo con raggi Röntgen, prodotti da ampolle S. H. S. Müller su Symmetrie-Apparat R.G.&S., 2 M.A.; scintilla equival. 36 cm., sotto filtro di zinco 0,5 mm. in cui la dose dei raggi erogata corrispondeva all'incirca a $\frac{2}{3}$ della dose di eritema ⁽²⁾.

Dopo 15 giorni dall'irradiazione, gli spermatozoi sia eupirenici sia oligopirenici erano vitali e dotati di una normale motilità. Le sezioni fatte sul testicolo, opportunamente fissato e colorato, rivelano invece immediatamente che i nuclei degli spermatozoi ipertrofici appartenenti alla spermatogenesi oligopirenica, sono in caratteristica degenerazione picnotica. Per contro gli elementi della spermatogenesi normale (sia in mitosi sia in istadio di spermatozoi in accrescimento) sono apparentemente normali.

Alcune *Paludine* irradiate sempre colla stessa dose di raggi, sono state poi lasciate in riposo per circa tre mesi e quindi sacrificate. Orbene durante tale periodo il testicolo era tornato in condizione perfettamente normale, senza cioè alcuna traccia di elementi in caratteristica degenerazione picnotica.

Posso quindi già sin d'ora concludere che esiste anzitutto una radiosensibilità forse specifica al riguardo di elementi in cui, dato lo stato di ipertrofia che raggiungono, dobbiamo evidentemente ammettere un metabolismo molto più intenso che non negli elementi normali.

In secondo luogo possiamo concludere che la dose di raggi erogata è, se non specificatamente, certo maggiormente tossica per un determinato stadio della spermatogenesi oligopirenica (spermatozoi in accrescimento); e che le cellule germinative primordiali della serie oligopirenica con tutta probabilità non devono essere lese dalla suddetta dose di raggi. Il testicolo cioè dopo un certo periodo di riposo susseguente all'irradiazione, tornerebbe normale, anzitutto perchè le cellule germinative primordiali non essendo state lese, evolvono regolarmente; in secondo luogo perchè gli spermatozoi caduti in degenerazione picnotica nei giorni immediatamente susseguenti all'irradiazione, vengono gradatamente riassorbiti.

(1) Per la bibliografia si consulti: C. Artom, *Il comportamento della sostanza cromatica ecc. di Paludina vivipara* in Ricerche di Morfologia, vol. I, Roma, 1920.

(2) Debbo vivi ringraziamenti al Direttore della Clinica Ostetrica e Ginecologica di Roma, prof. E. Pestalozza, per l'ospitalità concessami nel suo istituto. Debbo poi viva riconoscenza ai proff. Valerio Artom di St. Agnese e M. Bolaffio, per l'assistenza e i consigli datimi nel corso delle esperienze.

Biologia. — *La struttura del fegato di Petromyzon planeri in relazione al ciclo biologico di questa forma* ⁽¹⁾. Nota del dott. GIULIO COTRONEI, presentata dal Socio B. GRASSI.

La trasformazione dell'*Ammocoetes* in *Petromyzon planeri*, scoperta da Augusto Muller, è stata da qualche autore paragonata alla metamorfosi degli Anfibi Anuri. Lo studio dell'apparato digerente mostra tuttavia che le trasformazioni che si riscontrano nel *Petromyzon* sono molto dissimili da quelle degli Anfibi Anuri. Alcuni anni or sono (1915), il Tagliani ⁽²⁾ ha dimostrato che le modificazioni che si hanno nell'intestino del *Petromyzon planeri* si riducono a fenomeni di atrofia non accompagnati da istolisi.

Secondo alcuni autori la trasformazione dell'*Ammocete* in *Petromyzon* avverrebbe in pochi giorni (Bujor), secondo altri (Loman) avverrebbe in pochi mesi. La questione si è resa ancora più complicata quando si è visto che un trattamento tiroideo, che provoca la celere metamorfosi negli Anfibi, si mostra inefficace negli *Ammoceti*, e quando si considera la discrepanza di risultati circa il ciclo biologico delle varie specie di Petromizonti.

Le presenti osservazioni (che saranno seguite da un lavoro più ampio corredato da figure) pur rivolgendosi a contribuire alla migliore conoscenza della struttura del fegato del *Petromyzon planeri*, mirano essenzialmente a utilizzare i risultati dell'indagine morfologica per lo studio del ciclo biologico dei Petromizonti.

Molti autori hanno osservato che nella trasformazione che la larva (*Ammocoetes*) subisce per raggiungere la forma adulta, il fegato soggiace a profondi cambiamenti, sì che va perduta la canalizzazione biliare, si oblitera e si atrofizza il coledoco, non si ritrova la vescicola biliare.

Holm ⁽³⁾ nel 1897 descrisse una profonda trasformazione nella vascolarizzazione sanguigna del fegato, che si presenta più sviluppata nella forma adulta che in quella larvale: « Bei *Petromyzon* ist das Gefässsystem

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Anatomia e fisiologia comparata della R. Università di Roma.

⁽²⁾ Tagliani G., *Sulla riduzione dell'intestino durante l'evoluzione di Ammocoetes branchialis in Petromyzon planeri* Bloch. Boll. Soc. Eustachiano di Camerino, anno XIII, 1915.

⁽³⁾ Holm T. F., *Ueber den feinern Bau der Leber bei den niedern Wirbelthieren*. Zool. Jahr. Abt. f. Anat. u. Ont. Bd. 10, 1897.

noch mehr als beim letztbeschriebenen *Ammocoetes*-Stadium entwickelt, die Blutcapillaren sind sehr gross, die Drüsenschläuche aber zusammengedrängt *. Secondo Holm le travate epatiche sono in connessione con i capillari sanguigni poichè le cellule epatiche sono separate dal sangue soltanto dalla sottile membrana del capillare: « von der Blutmasse nur durch die jetzt sehr dünne Capillargefässmembran geschieden ». In conclusione Holm ha supposto che si verifichi un *cambiamento di funzione*; il fegato nella forma adulta diventerebbe una glandula a secrezione interna.

Il Tagliani ha osservato a tal proposito che un radicale mutamento funzionale nel senso di una vera e propria sostituzione di funzione non esiste; funzione esocrina (biliare) e funzione endocrina coesistono nel fegato di *Ammocoetes*; nel fegato del *Petromyzon* cessata la funzione biliare si esalterebbe la funzione endocrina.

Le mie ricerche sull'argomento mi hanno condotto a ritenere la struttura che presenta il fegato della forma adulta (nella specie studiata) come espressione del lungo digiuno: invero non esiste una più intensa circolazione sanguigna e pertanto non solo non si può parlare di una sostituzione di funzione nel senso di Holm, ma bisogna invece ritenere che la funzione endocrina si è molto affievolita in rapporto al diminuito metabolismo generale, conseguenza del digiuno.

Nel fegato della larva si osserva, infatti, che i capillari sanguigni sono a stretto contatto con i tubuli epatici, le cellule epatiche essendo soltanto separati dai capillari da una sottile rete connettivale ⁽¹⁾ che ho potuto mettere in evidenza col metodo del Mallory: i capillari sono pieni di globuli sanguigni. Dall'esame del fegato di *Petromyzon* (forma adulta) io ne deduco che la perdita della canalizzazione biliare è conseguenza della mancata attività secretrice. A sua volta l'atrofia del parenchima epatico contribuisce a far perdere il lume dei canalicoli biliari. In questi processi le travate epatiche ⁽²⁾ si distaccano in gran parte dalla rete connettivale e quindi si allontanano dai capillari sanguigni, i quali rimangono a contatto con le travate epatiche soltanto in punti limitati. Tra i capillari sanguigni e le travate epatiche si vengono così a formare degli spazi, di cui non esiste nessun cenno nel fegato attivamente funzionante della larva.

Questi fatti stabiliscono una condizione sfavorevole alla secrezione interna del fegato, in quanto ostacolano gli scambi diretti tra il sangue e le cellule epatiche.

(1) Le fibrille che formano la sottile rete connettivale si mostrano in stretti rapporti con le cellule dell'endotelio vasale: è probabile che esse siano di origine endoteliale (*Mall*, ecc.).

(2) Non è superfluo avvertire che con l'usare l'espressione « travata epatica » non intendo significare una rassomiglianza strutturale con il fegato di forme superiori.

Riguardo ai capillari osservo che essi nel fegato del *Petromyzon* possono presentarsi qui e lì dilatati, ma questo fatto va spiegato come una dilatazione passiva dovuta all'atrofia del parenchima epatico, laddove rimane l'aderenza tra cellule e vasi, ed è un reperto ben noto negli studi sul digiuno (Rondoni e Montagnani, 1915). Inoltre, mentre in alcuni punti i capillari si presentano pieni di sangue, in altri si mostrano quasi vuoti.

Che poi nel caso in esame si tratti di un *lungo* digiuno si deduce dalla condizione presentata dall'intestino: l'enorme sua riduzione, sopra tutto nelle cellule epiteliali (che come ben nota il Tagliani rappresenta un fatto di atrofia) non può essere prodotto che da un digiuno di parecchi mesi. Una breve inattività funzionale non potrebbe condurre a quegli effetti morfologici, contrastando a tale concezione tutti i risultati sperimentali.

Infine va osservato che il lungo digiuno, di cui intendo vedere una sanzione morfologica nella condizione degli organi studiati, si accompagna, nella forma in esame, alla maturazione degli organi sessuali, e pertanto la biologia del *Petromyzon* si avvicinerrebbe a quella del Salmone e molto probabilmente alla condizione presentata dall'Anguilla argentina. Non può quindi recar meraviglia che il trattamento tiroideo non produce nell'*Ammocoetes* lo stesso effetto che negli Anfibi Anuri, in quanto la metamorfosi nelle due forme rappresenta momenti biologici completamente differenti. Inoltre, sempre tenuto conto della struttura del fegato, mi pare assai azzardato pensare che il *Petromyzon* possa, in appoggio alla dottrina di Putter, nutrirsi attraverso la pelle con le sostanze disciolte nell'acqua; se tale forma di nutrizione, di cui manca ogni prova obbiettiva esiste, essa ha nel caso in esame una importanza del tutto trascurabile.

PERSONALE ACCADEMICO

Il PRESIDENTE comunica con vivo dolore la morte dell'illustre Socio straniero CAMILLO JORDAN, che dell'Accademia faceva parte sino dal 1895. Del defunto Socio il Presidente pronuncia un'affettuosa commemorazione, ricordandone i numerosi ed importanti lavori che ne hanno fatto uno dei più insigni matematici dell'epoca nostra.

Il Presidente s'intrattiene più specialmente sui lavori del Jordan relativi alla teoria delle sostituzioni ed a quelli sui fondamenti del calcolo e della teoria delle funzioni. Fra i primi parla più specialmente del magistrale *Traité de substitutions*, mettendo in luce i suoi rapporti con i concetti fondamentali del Galois e ricordando a questo proposito il Betti che il Jordan cita come quegli che tolse notevoli lacune lasciate dal Galois. Rileva l'importante contributo originale apportato dal Jordan alla teoria dei

gruppi e fra gli altri ricorda il suo mirabile teorema sui fattori di composizione. Riguardo al secondo insieme di lavori il Presidente cita il *Cours d'Analyse* del Jordan e fa menzione dei concetti, da lui introdotti nella scienza, di funzione a variazione limitata e di curva di Jordan. Osserva che tutta un'importante scuola moderna di matematici francesi è sorta per l'impulso dato dal Jordan come scenziato e maestro, ed a questo proposito mostra la concorde azione svolta dal Jordan in Francia e dal Dini in Italia nello sviluppo della matematica. Esalta le qualità morali del defunto Socio che fu duramente colpito negli affetti più cari durante la guerra, ma conservò la serenità di spirito in mezzo ai più grandi dolori ed ai lutti famigliari, raggiungendo la tarda età di 84 anni con mente sempre fresca ed alacre.

Il Socio PATERNÒ nella sua qualità di Presidente della Società dei XL, si associa alla proposta d'invio di vive condoglianze alla famiglia del professore Jordan.

Il Presidente VOLTERRA dà comunicazione di un altro lutto da cui è stata colpita l'Accademia, colla morte del Socio straniero prof. OSVALDO SCHMIEDEBERG morto il 12 luglio 1921; questi insegnò Farmacologia prima a Dorpat e poi a Strasburgo, e fu un grande Maestro per importanti lavori e per i numerosi allievi che accolse intorno a sè.

PRESENTAZIONE di LIBRI

Il Segretario CASTELNUOVO presenta le pubblicazioni giunte in dono, fra le quali segnala il volume *Endocrinologia*: lezioni tenute ai RR. Istituti clinici di perfezionamento in Milano dai professori LIVINI, RONDONI, PEPERE, PENDE e CORONEDI; e il vol. VI delle opere di LEONARDO EULERO pubblicate sotto gli auspici della Società Elvetica di scienze naturali. Fa poi particolare menzione del vol. XIX delle *Biologische Untersuchungen* del Socio straniero prof. GUSTAVO RETZIUS, pubblicato e offerto in dono all'Accademia dalla vedova dell'autore sig.ra ANNA HIERTIA-RETZIUS.

Il PRESIDENTE fa omaggio a nome dell'autore, il Socio straniero A. LA-CROIX, del 1° volume dell'opera: *Minéralogie de Madagascar*; e il Segretario MILLOSEVICH dà notizia di quanto nel volume è contenuto, rilevandone l'importanza.

Il PRESIDENTE presenta anche il 1° volume dell'opera del prof. LEONIDA TONELLI: *Fondamenti di calcolo delle variazioni* di cui discorre; e offre il « Resoconto » delle sedute della 6ª Conferenza generale dei pesi e misure, riunitasi a Parigi nello scorso anno, facendo osservare come nella predetta conferenza sia emerso che il numero delle Nazioni aderenti alla Convenzione è in continuo aumento.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario CASTELNUOVO dà comunicazione dei seguenti elenchi dei lavori presentati ai concorsi ai premi Reali e Ministeriali, banditi dall'Accademia e scaduti col 31 dicembre 1921.

ELENCO DEI CONCORRENTI

al premio Reale per la « Morfologia normale e patologica ».

(Scadenza 31 dicembre 1921. — Premio L. 10.000).

1. BERTOLOTTI MARIO. 1) « Lezioni di radiologia medica (1915-16). Sulla morfologia dello scheletro assiale dell'uomo. *La Riforma Medica*, n. 1-6, 1916 » (st.). — 2) « Contributo alla conoscenza dei vizi di differenziazione regionale del rachide con speciale riguardo all'assimilazione sacrale della V lombare. *La Radiologia Medica*, N. 5, 1917 » (st.). — 3) « Le anomalie congenite del rachide cervicale. Morfologia e anatomia radiografica » (st.).

2. BUSI ARISTIDE. 1) « Saggio di uno studio di anatomia normale descrittiva e radiografica della sella turcica e dei suoi annessi » (st.). — 2) « Presentazione di radiogrammi tipici della calcolosi renale ed uretrale » (st.). — 3) « Ombre radiografiche certe (tipiche) ed incerte della calcolosi uretrale » (st.). — 4) « Sulla visibilità dell'appendice cecale ai raggi X » (st.). — 5) « La röntgenologia del processo vermiforme del cieco » (st.). — 6) « Ancora sulla röntgenologia dell'appendice cecale » (st.). — 7) « Studio radiologico di un caso di fistola cistico-duodenale » (st.). — 8) « Reperti radiologici in due casi di fistola cistico-duodenale » (st.). — 9) « La rappresentazione radiografica della valvola ileo-colica » (st.). — 10) « Morfologia radiografica normale del versante pilorico del duodeno » (Autoriassunto) con tav. (st.).

3. FERRARI POCOLERI FRANCESCO. « Il sangue (umano, normale) nella nuova conoscenza » (st.).

4. IAJA FLORENZO. « Fisiopatologia cellulare ed ibridismo » (ms.).

5. PIERANTONI UMBERTO. 1) « L'origine di alcuni organi d'*Iceya purchasi* e la simbiosi ereditaria » (st.). — 2) « Origine e struttura del corpo ovale del *Dactylopius citri* e del corpo verde dell'*Aphis brassicae* » (st.). — 3) « Ulteriori osservazioni sulla simbiosi ereditaria degli omotteri » (st.). — 4) « Studi sullo sviluppo d'*Iceya purchasi* Mask 1-3 » (st.). — 5) « La simbiosi ereditaria » (st.). — « Sul corpo ovale del *Dactylopius* » (st.). — 7) « Struttura ed evoluzione dell'organo simbolico di *Pseudococcus citri* Risso, e ciclo biologico del *Coccidomyces dactylopii* Buchner » (st.). — 8) « Sulla luminosità e gli organi luminosi di *Lamprolaima noctiluca* L. » (st.). — 9) « Nuove osservazioni sulla luminosità degli animali » (st.). — 10) « Organi luminosi, organi simbiotici e glandola nidamentale accessoria nei Cefalopodi » (st.). — 11) « Gli organi simbiotici e la luminescenza batterica dei Cefalopodi » (st.). — 12) « A proposito delle teorie sulla luminescenza batterica e sulle simbiosi fisiologiche » (st.). — 13) « I microrganismi fisiologici e la luminescenza degli animali » (st.). — 14) « Le simbiosi fisiologiche e le attività dei plasmidi cellulari » (st.). — 15) « Sul significato fisiologico della simbiosi ereditaria » (st.). — 16) « Per una più esatta conoscenza degli organi fotogeni dei cefalopodi abissali » (st.). — 17) « Note di morfologia e sviluppo sui fotofori degli Eufausiacei » (st.). — 18) « Gli organi luminosi simbiotici ed il loro ciclo ereditario in *Pyrosoma giganteum* » (st.). — 19) « Organi luminosi batterici nei pesci » (st.). — 20) « La simbiosi fisiologica ereditaria » (ms.).

6. LEVI GIUSEPPE. 1) « Sulla presunta partecipazione dei condriosomi alla differenziazione cellulare » (st.). — 2) « Appunti alla pubblicazione di Donaggio. Nuovi dati sulle pro-

paggini nervose del citoplasma e sulle fibre collagene dei gangli spinali » (st.). — 3) « I condriosomi dei gonociti » (st.). — 4) « I condriosomi nell'ooite degli anfib » (st.). — 5) Come possono essere eliminati gli inconvenienti delle fissazioni osmiche » (st.). — 6) « I condriosomi nelle cellule secernenti » (st.). — 7) « Note citologiche sulle cellule somatiche dell'ovaio dei mammiferi » (st.). — 8) « Il comportamento dei condriosomi durante i più precoci periodi dello sviluppo dei mammiferi » (st.). — 9) « Ulteriori studi sullo sviluppo delle cellule visive negli anfib » (st.). — 10) « Das Verhalten der Chondriosomen bei den frühesten Entwicklungsstadien der Säugetiere » (st.). — 11) « Le modalità della fissazione dell'uovo dei Chiroteri alla parete uterina » (st.). — 12) « Studi sulla grandezza delle cellule. III. Le modificazioni della grandezza cellulare e nucleare e dell'indice plasmatico-nucleare durante i più precoci periodi dell'ontogenesi dei mammiferi » (st.). — 13) « Studi sulla grandezza delle cellule. II. Le variazioni dell'indice plasmatico nucleare durante l'intercinesi » (In Collab. con TERNI) (st.). — 14) « Sui rapporti fra differenziazione morfologica e funzionale nei muscoli delle larve di anfib » (In collab. con GALEOTTI) (st.). — 15) « L'accrescimento degli organismi » (st.). — 16) « La costituzione del protoplasma studiata su cellule viventi coltivate *in vitro* » (st.). — 17) « La costituzione del protoplasma nelle cellule viventi » (st.). — 18) « Sull'origine delle reti nervose nelle colture di tessuti » (st.). — 19) « I fattori che determinano il volume degli elementi nervosi » (st.). — 20) « Dimostrazione della natura condriosomica degli organuli cellulari colorabili col bleu pirrolo in cellule coltivate *in vitro* » — 21) « Differenziazione *in vitro* di fibre da cellule mesenchimali e loro accrescimento per movimento ameboide » (st.). — 22) « Il ritmo e le modalità della mitosi nelle cellule viventi coltivate *in vitro* » (st.). — 23) « Migrazione di elementi specifici differenziati in colture di miocardio e di muscoli scheletrici » (st.). — 24) « Connessioni e struttura degli elementi nervosi sviluppati fuori dell'organismo » (st.). — 25) « Nuovi studi sull'accrescimento delle cellule nervose. Ricerche in *Orthogoriscus mola* » (st.). — 26) « Considerazioni sulla costituzione fisica del citoplasma desunte da nuovi dati morfologici, sulle cellule coltivate *in vitro* ». — 27) « L'individualità delle cellule persiste in potenza dei sincizi » (st.). — 28) « Nuovi studi sull'accrescimento delle cellule nervose. Ricerche in *Orthogoriscus Mola* » (st.). — 29) « La vita degli elementi isolati dall'organismo » (st.). — 30) « L'azione dell'iodio e dell'adrenalina studiata su cellule viventi fuori dell'organismo » (In collab. con V. CERVELLO) — 31) « Nuovi studi su cellule coltivate *in vitro*. Attività biologiche, intima struttura, caratteri morfologici specifici » (st.). — 32) « L'accrescimento organico » (st.). — 33) « Forma e funzione » (st.). — 34) « Il fondamento morfologico dell'accrescimento » (st.). — 35) « Fecondazione, ovulazione e mestruazione » (st.). — 36) « Notizie sulla sezione embriologica della fondazione Carnegie di Baltimora » (st.). — 37) « Sulla persistenza dei caratteri specifici nelle cellule coltivate *in vitro* » (st.). — 38) « L'accrescimento dei somiti mesodermici e di altre individualità morfologiche » (st.). — 39) « L'origine dell'Amnio nei Chiroteri » (st.). — 40) « Per la miglior conoscenza del fondamento anatomico e dei fattori morfogenetici della grandezza del soma. L'accrescimento dei somiti mesodermici e di altre individualità morfologiche » (st.). — 41) « Il fondamento anatomico ed i fattori morfogenetici della grandezza del soma negli animali » (ms.).

7. SERA GIOACCHINO. 1) « Nota sull'occhio mongolico » (st.). — 2) « Di alcuni caratteri importanti sinora non rilevati nel cranio di Gibroltar » (st.). — 3) « Nuove osservazioni ed istruzioni sul cranio di Gibraltar » (st.). — 4) « Un nuovo orbitostato » (st.). — 5) « Sul piano orizzontale del cranio » (st.). — 6) « L'attuale controversia su poligenismo e monogenismo in Italia » (st.). — 7) Australoidismo e neandertaloidismo » (st.). — 8) « Sul significato della platocefalia con speciale considerazione della razza di Neanderthal » (st.). — 9) « Sull'uomo fossile sud-americano » (st.). — 10) « A proposito di due recensioni del Sig. P. Bartels » — 11) « Per alcune ricerche sulle base del cranio » (st.). — 12) « La posizione fra le scienze e il valore dell'antropologia » (st.). — 13) « L'altezza del cranio in America » (st.). — 14) « Residui di popolazioni mongoloidi nelle Isole di California » (st.). — 15) « Indirizzo morfologico

e indirizzo morfometrico » (st.). — 16) « I caratteri antropometrici degli Aymarà e il mongolismo primordiale dell'America » (st.). — 17) « Brevi note sopra un femore umano fossile dell'America meridionale » (st.). — 18) « Alcune osservazioni sulle parabole di altezza del Giardina » (st.). — 19) « L'altezza sopranricolare, la sua tecnica e la valutazione dei due indici ad essa relativi » (st.). — 20) « Un foglio di proiezione per rapporti morfometrici in corpi tridimensionali e in particolare per la altezza del cranio » (st.). — 21) « La pieghettatura dello smalto nei denti di antropomorfi » (st.). — 22) « La testimonianza dei fossili di antropomorfi per la questione dell'origine dell'uomo » (st.). — 23) « Un preteso *Hominide* miocenico: *Siroipitheus insticus* » (st.). — 24) « È la forma dell'orecchio umano antica o recente ? » (st.). — 25) « La genesi delle categorie dentarie nei Primati » (st.). — 26) « I caratteri di forma dei molari delle scimmie e la divisione di queste in due gruppi fondamentali » (st.). — 27) « Le relazioni reciproche dei diversi gruppi sistematici dei Primati in base ai caratteri dentari » (st.). — 28) « I caratteri della faccia e il polifilatismo dei Primati » (st.). — 29) « Sui rapporti della conformazione della base del cranio colle forme craniensi e colle strutture della faccia nelle razze umane. Saggio di una nuova dottrina craniologica con particolare riguardo dei principali cranii fossili » (st.). — 30) « La g n se de l'articulation secondaire (segnamos-dentalis) de la mandibule et la origine des mammifères » (st.). — 31) « L'omologia dei centri di origine del molare dei Primati sulle ossa portaorbitali degli Stegocefali » (st.). — 32) « Morfologia umana e antropologia » (st.). — 33) « Qu'est-ce que l'Anthropologie ? » (st.). — 34) « La distribuzione geografica in brachipteticefali ed i relitti della panna glaciale in Europa » (st.). — 35) « I movimenti etnici nel Caucaso » (st.). — 36) « Sul significato polifiletico delle differenze strutturali nell'arto inferiore di *Anthropoidea* (mih) » (st.). — 37) « La successione spaziale e cronologica dei tipi etnici nell'Europa settentrionale ed orientale » (st.). — 38) « Risposta al prof. V. Giuffrida-Ruggeri » (st.). — 39) « La funzione di rotazione della fibula dell'ornitorinco ed il duplice adattamento acquatico e fossorio dei mammiferi primitivi (ms.).

S. VERSARI RICCARDO. 1) « La morfogenesi dei rami collaterali e terminali delle arterie ciliari posteriori lunghe ed il comportamento, non ancora descritto, dei vasi sanguiferi reflui dalla membrana pupillare nell'occhio embrionale umano » (st.). — 2) « Le fasi di sviluppo e di regresso della tunica *vasculosa lentis* e la morfogenesi dei vasi sanguiferi nei processi ciliari e nell'iride dell'occhio dell'uomo. Con tav. (ms.).

ELENCO DEI CONCORRENTI AI PREMI

del Ministero della P. Istruzione per le « Scienze matematiche ».

(Scadenza 31 dicembre 1921. — Due premi di L. 2000 ciascuno).

1. APRILE GIORGI. 1) « Di una trasformazione doppia nello spazio a quattro dimensioni » (st.). — 2) « Su alcune ipersuperficie razionali dell' S_4 , d'ordine, 5 o 6, e con infinite quadriche » (st.). — 3) « Di alcune congruenze, d'ordine due, di superficie nell' S_4 . C di coniche nell' S_3 » (st.). — 4) « Sopra la involuzione non razionale di Enriques » (st.). — 5) « Di alcune involuzioni piane di classe tre » (st.). — 6) « Sulle congruenze di $V_2 - 2$ d'ordine uno e classe tre » (st.). — 7) « Una trasformazione cremoniana dello spazio ed alcuni sistemi di quartiche gobbe di 2^a specie » (st.). — 8) « Alcuni complessi di rette. Dell' S_4 e dell' S_3 dotati di un fascio di congruenze lineari » (st.).

2. BENEDETTI PIERO. « Il problema dell'estensione » (ms.).

3. BERARDI NICOLETTA. « La superficie di quint'ordine dotata di una retta tripla e di due rette a sghembo tra loro e incidenti alla prima $\Pi^5 = 0^3 \cdot 2u^2$ » (ms.).

4. BOTTO COSTANTINO « Sopra una superficie di area minima per cui un sistema di assintotiche ha per immagine un fascio di coniche sferiche » (ms.).

5. DA RIOS SANTE LUIGI. « Sulla validità delle equazioni cardinali del moto di Lagrange » (ms.).

6. DUCCI ENRICO. 1) « Sulla risoluzione del sistema $a_1x^2 + a_2xy + a_3y^2 = A$, $b_1x^2 + b_2xy + b_3y^2 = B$. » (st.). — 2) « Nuove formole per la derivata n^{ma} di $\operatorname{tg} x$ e di $\cot x$ » (st.). — 3) « Sulla regola per esprimere un numero con prodotto di fattori primi » (st.).

7. GALLUCCI GENEROSO. 1) « Ricerche geometriche su la configurazione di Kummer » (ms.). — 2) « Nuovo saggio su l'esagrammo di Pascal » (ms.).

8. GIUDICE FRANCESCO. 1) « Sinossi di geometria solida e di trigonometria piana e sferica » (st.). — 2) « Misura, orientamento, movimento » (ms.).

9. MARLETTA GIUSEPPE. 1) « Di una classe di varietà abeliane » (st.). — 2) « Sistemi lineari d'omografie, che sono gruppi » (st.). — 3) « Di alcune varietà abeliane » (st.).

10. MERCOGLIANO DOMENICO. 1) « *J. W. Young*. I concetti fondamentali dell'algebra e della geometria; versione e note di *Domenico Mercogliano* » (st.). — 2) « Sui fondamenti della matematica. Conferenza tenuta nella Sezione napoletana della *Mathesis* » (st.). — 3) « L'Uebertragungsprincip di Clebsch e lo studio di particolari tangenti delle curve del 3^a ordine » (ms.). — 4) « Sull'insegnamento dinamico della matematica » (ms.).

11. MORALE MICHELE. « Sopra i complessi di rette dello spazio a quattro dimensioni, ed in particolare su alcuni complessi lineari » (ms.).

12. NATUCCI ALPINOLO. 1) « Compendio di matematica per la 3^a classe liceale » (st.). — 2) « Aritmetica pratica per le scuole medie » (st.). — 3) « Elementi di aritmetica razionata e algebra » (st.).

13. PAPA MICHELE. « L'infinito nella natura e nella scienza. Soluzione matematica del problema proposta da G. S. Gerdil » (ms.).

14. TANTURRI ALBERTO. 1) « Sulla funzione del Dirichlet e sulla funzione signum x del Kronecker » (st.). — 2) Determinazione della derivata n^{ma} di $\operatorname{tg} x$ e di $\cot x$ » (st.). — 3) « Un'espressione nuova dei numeri bernoulliani » (st.). — 4) « Saggio di rappresentazione analitiche di funzioni singolari » (st.). — 5) « Teorema d'addizione delle funzioni sgn e mod ; segno del logaritmo e del seno d'un numero; riduzione al primo quadrante » (ms.).

15. TOCCHI LUIGI. 1) « Sul numero di soluzioni dell'equazione di Fredholm quando $D(\lambda) = 0$ » (st.). — 2) « Nuovi teoremi sulle soluzioni dell'equazione di Fredholm quando $D(\lambda) = 0$ » (st.). — 3) « Sopra una generalizzazione della disuguaglianza di Schwarz » (st.).

16. TUMMARELLO ANTONINO. « Nuovi tipi generali di superficie razionali superficie d'ordine m con retta $(m-3)$ pla. Ed $m-3$ punti tripli » (st.).

17. USAI GIUSEPPE. 1) « Processi di riduzione su equazioni integrali di prima specie » (st.). — 2) « Processi riduttivi su equazioni integrali » (st.). — 3) « Sulle soluzioni in termini finiti di equazioni integrali col nucleo xy » (st.). — 4) « Relazioni tra i simboli del Pascal e i simboli dell'Arnaldi nella teoria delle derivate di ordine superiore delle funzioni composte » (st.). — 5) « Sulle variazioni di un integrale doppio con le derivate quarte » (st.). — 6) « Sugli esponenti nelle ripartizioni » (st.). — 7) « Sopra un'equazione funzionale » (ms.).

18. VERGERIO ATILIO. 1) « Sopra un tipo di equazioni integro-differenziali » (st.). — 2) « Sulle equazioni integrali non lineari (ms.). — 3) « Sulle equazioni integrali non lineari con operazioni funzionali singolari » (ms.). — 4) « Sopra un tipo di equazioni integrali non lineari » (ms.).

Il PRESIDENTE comunica che il dott. GIORGIO ABETTI si è ritirato dal concorso al premio Reale per l'*Astronomia*, del 1920.

COMUNICAZIONI VARIE

Il Presidente VOLTERRA annuncia alla Classe che assistono alla seduta i professori SNYDER e LIPKA di Ithaca N. Y. e Cambridge Mass., ai quali porge il cordiale saluto dei Colleghi.

Viene poscia presentato dal PRESIDENTE un piego sigillato inviato dal sig. TOMMASO BIANCO perchè sia conservato negli Archivi accademici; e dallo stesso Presidente viene aperto, in seguito a richiesta del Corrispondente prof. BRUNI che lo aveva depositato, un altro piego, il cui contenuto sarà pubblicato nei Rendiconti accademici ⁽¹⁾.

G. C.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 5 febbraio 1922.

- ROMAN E. — Los vestigios de industria humana encontrados en Miramar (Republica Argentina) y atribuidos a la época terciaria (Extr. da la « Revista Chilena de Historia y Geografía », tomo XXXIX, pp. 330-352). Santiago, 1921. 8°.
- CARBONELLI G. — Frammento medico del secolo VII. Roma, 1921. 4°, pp. 1-20.
- Comptes Rendus des Séances de la sixième Conférence Générale des Poids et Mesures réunie a Paris en 1921. Paris, 1921. 4°, pp. 1-84.
- CORONEDI G. — Endocrinologia. Milano, 1922. 8°, pp. 1-322.
- DE LINDE (van) J. C. — De Verdeeling der Heldere Sterren. Rotterdam, 1921. 8°, pp. 1-66.
- EULERI L. — Commentationes algebraicae. vol. VI. Lipsiae, 1921. 4°, pp. I-XXIX, 1-509.
- FERRARI POCOLERI F. — Il sangue (umano, normale) nella nuova conoscenza. Pescara, 1921. 4°, pp. 1-43.
- IVALDI G. — Sul principio di proporzionalità fra pressioni d'urto ed energie di moto e sulle sue conseguenze (Estr. dalla « Rassegna tecnica Pugliese », fasc. VII). Bari, 1921. 4°, pp. 1-10.
- JAJA F. — Fisiopatologia cellulare ed ibridismo. Bari, 1922. 8°, pp. 1-19.
- LACROIX A. — Minéralogie de Madagascar. T. I. Paris, 1922. 4°, pp. I-XVI, 1-624.
- LIVINI F. — Endocrinologia. Milano, 1922. 8°, pp. 1-322.
- MALENOTTI E. — Sulla biologia del *Dacus oleae* Rossi (Estr. dal « Redia », volume XV). Firenze, 1922. 8°, pp. 1-12.
- MEESTERS P. — De in Nederland voor het bloote oog zichtbare Sterren. Amsterdam, 1920. 8°, pp. 1-16.
- PASSERINI N. — Un dodicennio di osservazioni drosometriche. Firenze, 1921. 8°, pp. 1-15.
- PENDE N. — Endocrinologia. Milano, 1922. 8°, pp. 1-322.
- PEPERE A. — Endocrinologia. Milano, 1922. 8°, pp. 1-322.
- PESSION G. — Alcune esperienze di radio-telegrafia (Estr. dal giornale « L'Elettrotecnica », n. XXVIII). Varese, 1921. 4°, pp. 1-7.
- RETZIUS G. — Biologische Untersuchungen. Bd. XIX. Stockholm, 1921. 4°, pp. I-XII, 1-100.
- RONDONI P. — Endocrinologia. Milano, 1922. 8°, pp. 1-322.
- TONELLI L. — Fondamenti di calcolo delle variazioni, vol. I. Bologna, 1921. 8°, pp. I-VII, 1-466.
- VALLAURI G. — Decisioni tecniche del Comitato di Parigi per le radio-comunicazioni (Estr. dal giornale « L'Elettrotecnica », n. XXX). Varese, 1921. 4°, pp. 1-7.

(1) V. questo fascicolo, pag. 86.